

b) COMUNICACIONES**LANCES Y DESVENTURAS DEL NUEVO PARADIGMA DE LA
TEORÍA DE LA DECISIÓN**

**Del Académico Numerario
EXCMO. SR. DR. D. JAIME GIL ALUJA**

Desde hace un cierto tiempo los estudiosos de la economía y gestión de empresas están intentando canalizar sus inquietudes para resolver los graves problemas que los sistemas sociales, económicos y empresariales están planteando como consecuencia de la situación de incertidumbre característica de nuestra época. Irrumpen, así, en los cenáculos científicos un buen número de propuestas que, en diferentes sentidos, convergen en dar un nuevo tratamiento tanto a viejos problemas como a los que van surgiendo del complejo entramado de relaciones económico-financieras.

El “principio del tercio excluso”, norma y guía para los científicos durante más de 2000 años, ha resultado inoperante cuando se ha pretendido presidiera el pensamiento y las tareas del ser humano, substancialmente diferentes a las de los ordenadores y robots.

Creemos que nuestra propuesta de enunciar el “principio de simultaneidad gradual” puede cobijar un elevado número de razonamientos lógicos capaces de crear conceptos, establecer métodos y elaborar modelos y algoritmos, aptos de dar, por lo menos, algunas de las respuestas deseadas.

Somos conscientes de las limitaciones que un trabajo de esta naturaleza tiene para recoger todos los aspectos que configuran lo que suponemos un nuevo paradigma de la teoría de la decisión. Nuestro modesto objetivo es encender una minúscula luz para que otros sean capaces de hacerla brillar en todo su esplendor.

Palabras clave:

Afinidad, agrupación, decisión, incertidumbre, ordenación, paradigma.

El entorno de la gestión

Cuando en el horizonte empiezan a asomar los primeros destellos del tercer milenio de nuestra era, la comunidad científica se plantea importantes interrogantes sobre el futuro de la actividad humana y sobre el contexto de la sociedad y sistema económico en el que será necesario ejercer nuestra convivencia. Es tiempo de reflexión. Es bueno el momento, para que quienes participamos del espíritu universitario expresemos nuestro pensamiento y planteemos nuestras inquietudes en torno a aquello que hoy preocupa, pero, sobre todo, en torno a lo que va a procurar a las próximas generaciones.

Precisamente hace unos meses, concretamente el 31 de marzo, se ha cumplido el IV centenario del nacimiento de René Descartes, uno de los intelectuales más decisivos para el desarrollo de la ciencia. Su interés por el procedimiento que siguen las matemáticas, ha hecho que muchos de sus seguidores considerarán que el método cartesiano se inspiraba en ellas y valorarán su aplicabilidad de carácter universal, dado que la razón es la misma con independencia de los objetos a los que se aplica.

Ahora bien, el saber científico creemos no debe explicar y tratar el universo que nos gustaría vivir sino el que realmente vivimos¹. Para ello será necesario poner fin a los conocimientos “sagrados” de las leyes ciertas que describen un mundo estable y crear una nueva racionalidad basada en la inestabilidad que conduce a la incertidumbre, aunque transgredir estas leyes exija volver a pensar las ciencias e incluso la filosofía. Asimismo, es necesario hallar un lenguaje que permita responder a las preguntas profundas que se están planteando en estos últimos años del siglo.

No es posible olvidar que la ciencia occidental se ha asentado durante muchos siglos en un idea que es, en sí misma, original: la idea de las leyes de la naturaleza. Según ella, la naturaleza está obligada a seguir ciertas reglas que conducen a estructuras basadas en la certeza, para las cuales no existe diferencia entre pasado y futuro: se trata, por lo tanto de una visión intemporal del universo. Esto queda ya patente en las leyes de Newton, y curiosamente, aquellas que se han considerado como las dos grandes revoluciones

1. Gil Aluja, J.: “La incertidumbre en la economía y gestión de empresas”. Actas del IV Congreso de la Asociación Española sobre Tecnología y Lógica Fuzzy. Blanes, 14 de septiembre 1994, pág. 9-14.

del siglo XX, la “mecánica cuántica” y la “relatividad”, no han hecho más que abonar esta visión. A pesar de ello, cada vez resulta ,más patente que esos planteamientos se hallan en contradicción con el aspecto evolutivo del universo, y, por ello, con el aspecto evolutivo del ser humano.

En este sentido, se constata que la filosofía subyacente en la actividad científica, fija su atención en los aspectos descriptivos renunciando casi siempre a los explicativos conducentes a la inteligibilidad. De la observación de los fenómenos se extraen unas leyes de comportamiento, que, en sí mismas, no “explican”. En otras palabras, nos conformamos con constatar la existencia de un fenómeno en lugar de “dar la razón” de un fenómeno- Es quizás el propio Newton quien inicia esta corriente cuando escribe aquel impresionante texto en el escolio general del tercer libro de los “Principia” sintetizando en la frase “hypothesis non fingo”: “No he logrado deducir de los fenómenos la razón de esta propiedad de la gravedad y no imagino hipótesis alguna (“hypothesis non fingo”). Pues todo lo que no deriva de los fenómenos es una hipótesis y las hipótesis no pueden ser admitidas en la filosofía experimental. En tal filosofía, se extraen proposiciones de los fenómenos y luego se generaliza por inducción. Nos basta con que la gravedad exista, que se manifieste en conformidad a las leyes que hemos expuesto y que expliquen así tanto los movimientos de los cuerpos celestes como los del mar”

No podemos aceptar como base de la actividad investigadora esta filosofía, que consideramos un atentado contra la razón y, por tanto, un escarnio para la ciencia, que resulta así maltratada por discursos plurales carentes de lazos que los hagan convergentes.

Creemos que hay que llegar a una idea darwiniana de la evolución del universo, y dejar aparte una idea geométrica. Es necesario “explicar” el universo y como este universo es inestable se produce la incertidumbre. Pero incluso de la incertidumbre se pueden extraer ciertos comportamientos expresables la mayor parte de ellos mediante posibilidades, algunos a través de probabilidades y muy pocos por la certeza.

No resulta honesto cerrar los ojos y decir que se cree en las certezas, aunque éstas no residan en nuestro mundo. La incertidumbre puede ser una forma de representar las inestabilidades y a través de ella intentar comprender el papel que juegan en unas reglas de la naturaleza. En el fondo,

intentamos encontrar una puerta angosta, en un universo determinista que resulta alienante ya que en él todo se halla predeterminado e inscrito en el Big Bang. Quizás hallemos un universo incierto, pero que responde a unas determinadas normas de conducta, la de los sistemas inciertos, y poder entonces enunciar leyes que incluso sean formalizables de una manera cierta.

Los sistemas económicos, caracterizados siempre por una tupida red de interconexiones, no escapan, evidentemente, a estas reflexiones. Y a medida que transcurre el tiempo, resulta más difícil que las naciones, regiones y zonas con unidad geográfica o política puedan mantener su posición relativa, si no intervienen en el juego de intereses supranacionales, representando un papel para el cual la naturaleza, los genes, o la Divina Providencia les ha dotado, en mayor o menor medida.

La configuración de nuestra existencia, se ve asaltada por una sobreinformación difícil de asumir y controlar, y también por unos cambios profundos en sentidos no predeterminados, que hacen mirar el futuro envuelto en un velo de nebulosa incertidumbre. Parece llegado el momento del declive de las estabildades y de las seguridades. Las actividades económicas y empresariales, las profesiones y empleos, en el pasado inamovibles y transmitidas de generación en generación, están comprobando como el interés que antes suscitaban ha acabado y no provocan el entusiasmo de quienes componen las nuevas capas de nuestra sociedad. No es posible admitir que quienes adquieren o hayan adquirido una formación en cualquier ámbito de la ciencia o de las técnicas, aspiren a realizar su labor a lo largo de toda la vida sin una casi permanente puesta al día de sus competencias. Frente a un mundo de inestabilidad e incertidumbres, ya no tienen cabida las rígidas especializaciones, sino el fomento de la imaginación, creadora de espíritus flexibles y adaptativos.

A diferencia de cuanto sucedía en épocas pretéritas, en las cuales los acontecimientos tenían lugar de manera lenta y la evolución se producía a través de extensos períodos en los cuales la capacidad de reacción frente a los cambios era total, actualmente la actividad social se halla en permanente ebullición.

Ha sido, sobre todo, a lo largo de los últimos decenios cuando más importantes han sido los cambios, no sólo en cuanto a los hechos y los fenómenos, sino también en los comportamientos y en las ideas. Así,

valores tradicionales como la laboriosidad, perseverancia, paciencia, que durante tantos años han constituido un todo monolítico y una guía para los seres en sociedad, han estallado hecho añicos para ser sustituidos por otros valores tales como la audacia, el espíritu competitivo,... apareciendo lo que ya se ha denominado “reino de la imagen”. Ante este contexto, parece lícito preguntarse cómo se puede concebir una actividad científica cuando el pensamiento humano, cargado de un alto grado de subjetividad, intenta encontrar, entre tanto cambio, lo objetivo.

Pero, como afirmaba con tanta frecuencia François Perroux: “la ciencia se desarrolla a través de las necesidades de la realidad de cada momento y como consecuencia de ello”, continuaba, “las estructuras sociales actúan y condicionan el pensamiento económico”. No es de extrañar, entonces, que la estabilidad en el progreso de los conocimientos ha dado paso a la eclosión de nuevas ideas que, en direcciones muy diferenciadas, pretenden dar respuesta a los numerosos problemas que la sociedad actual tiene planteados.

La economía, quizás la más joven entre las ciencias sociales, aparece de manera tardía y el pensamiento que gira a su entorno, se estructura inicialmente en base a una matemática mecanicista entre 1880 y 1941 con el Equilibrio General (Walras, Pareto, Cournot, Edgewort...)

Frente a una realidad cuya característica fundamental era la estabilidad en la vida social y en las relaciones económicas, grupos de estudiosos intentan formalizar los procesos que en ella acontecen. Se utiliza la mecánica clásica de Lagrange, lo que da una impresión de rigor, frente a lo que Perroux llamaba el “laxismo del discurso económico”. Pero en cambio el hombre queda atrapado por unas leyes, que les llevan indefectiblemente a un futuro predeterminado.

La matemática del determinismo ha tenido un gran predicamento, y ha imperado y continúa imperando aún hoy, en muchos ámbitos de la actividad científica en economía y gestión de empresas. Pero al iniciarse en la sociedad importantes cambios, que tienen cada vez mayor presencia en el campo económico, se levantan ciertas voces clamando por una nueva manera de enfocar los problemas y subrayando la insuficiencia de la matemática mecanicista para describir la nueva sociedad que estaba emergiendo.

Este cambio radical, se inicia a partir de la segunda guerra mundial. Se renuncia a la figura del “hombre-robot”, se considera el tiempo irreverdible,

se evita formalizar al fatalismo de la predestinación, dando al hombre oportunidad de elegir libremente su futuro, un futuro del que es protagonista activo y no mero engranaje de una cadena predeterminada.

La situación actual, caracterizada por unos cambios bruscos e inesperados en direcciones muchas veces contrapuestas, nos ha llevado, en los últimos años, a replantear de nuevo el empleo de las técnicas normalmente utilizadas para el tratamiento de una realidad, que de tan cambiante se ha convertido en incierta.

El cambio del paradigma de la teoría de la decisión

El ámbito de las ciencias económicas, el concepto de decisión constituye uno de los términos más utilizados. Tanto es así que, para muchos, la economía es la ciencia de la decisión. Pues bien, dado que en los sistemas económicos se están produciendo procesos de aceleración y desaceleración que no siempre van en la misma dirección, tienen lugar en su seno tensiones, de naturaleza diversa, que provocan importantes problemas de índole diversa. Estos problemas son consecuencia de la ausencia de una plataforma de futuro con la suficiente estabilidad para establecer procesos de elección en base a la previsión de magnitudes que permitan acotar convenientemente el devenir de los acontecimientos.

En este ambiente, los responsables de las empresas e instituciones deben adoptar unas decisiones con una repercusión económica y financiera que no se limita al momento en que son tomadas sino que se prolongan, en muchos casos, a lo largo de varios años. Las dificultades de previsión y estimación, consustanciales en todo ejecutivo, van aumentando cada vez más como consecuencia de un reciente clima de incertidumbre. Resulta evidente “los hechos de la naturaleza son inciertos; el entorno económico, social, financiero de las empresas cambia incesantemente; los actos del hombre –porque es libre y dotado de imaginación– como las relaciones entre los hombres porque éstos no son robots, son las causas profundas de la incertidumbre²”.

Nuestra preocupación y nuestros trabajos van encaminados a poner de

2. Barre, Raymond: Prólogo a la obra de Kaufmann, A. y Gil Aluja.: “Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre”. Ed. Hispano Europea. Barcelona, 1987.

manifiesto que incluso sin poder medir de manera formal o mediante la probabilidad, también se puede aspirar a un comportamiento racional. los hechos susceptibles de verdadera repetición, pertenecen quizás al ámbito de la naturaleza, de la física, de la química, de la astronomía, e incluso de la biología, pero el hombre introduce, además de los hechos inciertos de la naturaleza, los que provienen de su libertad, de su poder de imaginación.

El intento de realizar un adecuado tratamiento de los problemas de gestión exige ciertas reflexiones³ en torno al estudio de la evolución histórica del pensamiento científico el cual ha propiciado explicaciones de índole diversa, y en muchas ocasiones contrapuestas, relativas al hecho de que se produzca una sustitución de ciertas teorías por otras. En este sentido, aún no se ha apagado el eco de la confrontación entre las posiciones de Popper⁴ y Khun⁵. Sin pretender realizar un análisis profundo de este elemento fundamental para todo investigador y ni siquiera tomar posición en el debate planteado parece oportuno señalar, en unos momentos como los actuales en los que la sociedad está viviendo cambios profundos, que durante largos períodos de trabajos de investigación realizados en diferentes esferas del conocimiento han aceptado un cuerpo básico de principios sobre los cuales se han elaborado unas teorías, que han permitido el desarrollo de la actividad científica.

Ahora bien, el devenir de los acontecimientos, por una parte, y los nuevos enfoques de la investigación, por otra, han puesto en evidencia la dificultad de suministrar una explicación adecuada a un elevado número de fenómenos, que han sido acumulados en el “rincón de las anomalías”. Pero estos rincones se han ido haciendo tan grandes que han llegado a ocupar una importante parte de muchos de los edificios que constituyen las diferentes parcelas del saber. Se ha llegado así, al hecho de que estos procesos acumulativos se han ido haciendo insostenibles para quienes intentan dar

-
3. Estas ideas han sido expuestas en Gil Aluja, J.: “Towards a new paradigm of investment selection in uncertainty”. *Fuzzy Sets and Systems*. (en publicación).
 4. Popper, Karl: “La lógica de la investigación científica”. Ed. Tecnos. Madrid, 1971. La primera edición de esta obra data de 1934 y en ella inaugura su filosofía de la ciencia, formulando la conocida teoría de la falsabilidad.
 5. Khun, Thomas: “La estructura de las revoluciones científicas”. Ed. Fondo de Cultura Económica. Madrid, 1981. Esta obra fué escrita en 1962 y se trata de uno de los muchos trabajos que el autor ha dedicado a ese tema.

respuesta a los problemas que los diversos estamentos de la sociedad tiene planteados.

Conjuntos de reglas (o supuestos) que han constituido el soporte de los trabajos de investigación, universalmente aceptadas dentro de las distintas áreas de conocimiento, son cuestionadas primero y sustituidas después, por otras. Estas nuevas reglas han dado lugar a cambios en los procesos, de los que habrán de surgir modelos, técnicas, algoritmos,... susceptibles de dar soluciones que la comunidad científica reclama.

De esta manera, cuando tiene lugar la sustitución de un paradigma por otro, se produce un proceso revolucionario, que constituye el exponente de la insatisfacción de los investigadores en relación con la “ciencia oficial”, ortodoxa, la cual da lugar a planteamientos que inicialmente se consideran heterodoxos.

En el ámbito de la economía y la gestión de empresas, se han realizado intentos, creemos que de manera parcial logrados, de crear unos elementos capaces de llegar a un adecuado tratamiento de los fenómenos que tienen lugar en el seno de los estados y de las empresas, cuando su conocimiento tiene lugar de manera poco precisa. Para ello se han utilizado la teoría de los errores, la de los intervalos de confianza, la de los números borrosos, de los subconjuntos borrosos y todas las generalizaciones propuestas que ya hemos empleado⁶. La diferencia con el tratamiento realizado en los esquemas tradicionales, es importante. Ante la imposibilidad de recoger con precisión la compleja e incierta realidad económica, se recurría a una simplificación inicial para realizar los desarrollos posteriores en base a estos elementos simplificadores. Las posibles desviaciones iniciales se iban acumulando y ampliando a medida que el proceso operativo avanzaba. Se perdía, además, una información desde el principio que ya no era posible recuperar.

Por nuestra parte preferimos recoger los fenómenos económicos y de gestión con su incertidumbre, para realizar los pertinentes desarrollos conservando la imprecisión (y también toda la información) para hacerla “caer” lo más tarde posible, dado que siempre es posible (perdiendo información) reducir la incertidumbre.

De todos los trabajos realizados han surgido nuevos elementos que se

6. Kaufman, a. y Gil Aluja, J.: “Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas”. Ed. Milladoiro. Santiago de Compostela, 1986.

sitúan en cuatro esferas distintas del conocimiento: lógica, matemática, investigación operativa y economía y gestión de empresas. En este sentido, y desde una perspectiva de la lógica, “el principio del tercio excluso” aparece, junto con otros, dominando el pensamiento investigador, que ha ido utilizando un lenguaje matemático derivado del mismo y cuyo máximo exponente (pero no el exclusivo) ha tenido como sustento el sistema binario y la matemática mecanicista. La superación de este principio y su sustitución por otro que hemos denominado “principio de la simultaneidad gradual”, ha permitido pasar de “la” lógica booleana a “unas” lógicas multivalentes, entre las que destaca la lógica borrosa. A partir de ellas, se desarrolla una matemática de la incertidumbre (aritmética y matemática no numérica borrosas) que se presenta con una nueva axiomática, tan rigurosa como la que se halla en la matemática determinista y en la matemática del azar. Siguiendo esta línea de análisis, no es difícil comprobar como a partir de esta concepción del lenguaje matemático, se ha desarrollado una metodología de trabajo que ha dado como fruto un conjunto de modelos de decisión, con centenares e incluso miles de variantes. Estos elementos han permitido un cuerpo teórico sólido apto para tratar problemas planteados en una “determinada” realidad.

En lugar del contenido de la investigación operativa tradicional con conceptos tales como rentabilidad, economicidad, productividad... expresadas mediante funciones cardinales, aparecen las nociones de agrupación, asignación, ordenación, comparación, afinidad,... que adquieren, ahora, un nuevo sentido. Este desplazamiento es fundamental, por cuanto significa el trasvase de los elementos no aritméticos, en los estudios tradicionales complementarios, hasta la plaza de privilegio que ocupan actualmente, en lo que parece un nuevo paradigma.

Enunciamos el principio de la simultaneidad gradual:

UNA PROPOSICIÓN PUEDE SER A LA VEZ VERDADERA Y
FALSA, A CONDICIÓN DE ASIGNAR UN GRADO A LA VERDAD DE
LA MISMA Y UN GRADO A SU FALSEDAD.

A partir de este principio enumeramos las proposiciones que siguen:

- 1ª Proposición. Existe un núcleo de conocimientos básicos, articulados en torno a las nociones de subjetividad e incertidumbre que poseen un con-

tenido teórico unitario.

- 2ª Proposición. Se produce una dependencia del principio enunciado por parte de las estructuras del pensamiento, formuladas mediante las lógicas multivalentes.
- 3ª Proposición. La matemática numérica y no numérica de la incertidumbre permite expresar con fidelidad los encadenamientos de las lógicas multivalentes.
- 4ª Proposición. Los componentes inciertos de la decisión excluyen las asignaciones numéricas objetivas, inherentes a los conceptos básicos de los estudios tradicionales.
- 5ª Proposición. Es posible adoptar decisiones con la ayuda de la noción de orden en convivencia con otras nociones, privativas de la matemática no numérica.

Estas cinco proposiciones permiten adoptar decisiones permiten una primera conclusión provisional: Existe un nuevo contenido teórico coherente capaz de hacer frente a los cada vez más importantes componentes de incertidumbre en la toma de decisiones.

Esta primera conclusión, sin embargo, no permite afirmar el cambio de paradigma. Pasemos, pues, a los aspectos conceptuales, con la enumeración de las siguientes proposiciones:

- 6ª Proposición. Los conceptos clásicos sujetos a una cuantificación numérica objetiva o subjetiva no resultan adecuados en un contexto de incertidumbre.
- 7ª Proposición. Con la reformulación de los conceptos clásicos, no se consigue una total solución al tratamiento de la incertidumbre.
- 8ª Proposición. La aparición de nuevos conceptos y el desplazamiento de otros ya existentes, permiten cubrir una amplia gama de problemas decisionales.

De estas tres proposiciones se puede extraer la siguiente conclusión: La nueva teoría de la decisión no sólo toma como base nuevos conceptos sino también una parte de los existentes, previa su reformulación:

Esta segunda conclusión pone de manifiesto que, en la situación actual de las investigaciones científicas, los conceptos tradicionales aún juegan un papel como soporte de los desarrollos necesarios para el tratamiento de los problemas decisionales, pero han irrumpido con fuerza nuevos conceptos

que van ocupando cada vez mayor espacio, relegando los existentes a puestos cada vez más secundarios. Citamos, entre ellos, los siguientes conceptos:

RELACIÓN, CORRESPONDENCIA, AGRUPACIÓN, SEMEJANZA, SIMILITUD, AFINIDAD Y ORDENACIÓN.

Por el contrario, todos aquellos conceptos que exigen inevitablemente ser expresados numéricamente, (en la certeza o incertidumbre), van dejando protagonismo por las dificultades de expresarlas objetiva y a veces hasta subjetivamente, habida cuenta del contexto cada vez más incierto en el que se inscriben.

No tenemos, sin embargo, evidencias de que en el campo conceptual el cambio de paradigma se haya consumado.

Continuamos con las proposiciones relativas a los aspectos metodológicos.

9ª Proposición. Renunciar a la incorporación de informaciones, en los estudios previos a la toma de decisiones, provoca errores iniciales y pérdida de informaciones.

10ª Proposición. Cuando en un desarrollo numérico o no numérico se incurre en errores iniciales o se parte de estructuras inadecuadas, la sucesiva utilización de operadores amplía cada vez más estos efectos negativos.

11ª Proposición. Cuantos más operadores se emplean en un proceso, mayor es, en general, las desviaciones producidas entre los resultados hallados y los que deberían haberse obtenido.

Se puede concluir de estas proposiciones lo siguiente: La metodología clásica, consistente en mutilar la realidad para darle cabida en los modelos existentes, provoca un alejamiento entre los aspectos formales y reales de la decisión.

Los estudios decisionales en el ámbito de la incertidumbre dan lugar a un cambio metodológico fundamental, tanto en lo que se refiere a la colección de las informaciones, como a su tratamiento y forma de los resultados. En efecto, las informaciones se recogen en su totalidad aunque sea de manera imprecisa manteniéndolas a lo largo de todo el proceso o hasta que ello es posible, reduciendo la incertidumbre, y también desgraciadamente la infor-

mación, lo más tarde. Cuando se consigue llegar al final sin hacer caer la entropía, los resultados se presentan de manera incierta pero no errónea. En caso contrario, los resultados son precisos y tanto menos erróneos cuanto más tiempo se ha conseguido mantener la incertidumbre y las informaciones a ella inherentes.

Pasamos, finalmente, a presentar las proposiciones concernientes a los procesos de modelización.

13ª Proposición. La transformación de los modelos tradicionales de carácter numérico al ámbito de la incertidumbre, sustituyendo números precisos por números inciertos, los generalizan y hacen más aptos para el tratamiento de la realidad, pero por sí misma esta transformación no justifica un cambio de paradigma.

14ª Proposición. Los modelos inciertos desarrollados en base a los conceptos emergidos de la matemática no numérica, significan una clara ruptura con los precedentes, aún cuando en su desarrollo se utilicen elementos de los estudios clásicos.

15ª Proposición. Se constata, en la actualidad, la cohabitación de modelos numéricos y no numéricos para el tratamiento de los problemas decisionales en la incertidumbre.

Estas últimas proposiciones inducen a formular la siguiente conclusión: La necesidad de recurrir a modelos numéricos para complementar los no numéricos y así dar cabida al tratamiento de la amplia gama de problemas decisionales hace que, no se haya completado el cambio de paradigma.

Todo cuanto acabamos de señalar hace pensar en la posibilidad del cambio de paradigma de la teoría de la decisión, aún cuando hoy, la comunidad científica en su totalidad no haya dado el paso definitivo. Quizás, la prudencia exigiría hablar en el sentido de que nos dirigimos “hacia” un cambio en el paradigma de la teoría de la decisión.

Elementos conceptuales básicos en el nuevo paradigma

Quizás resulte oportuno, en el estadio en que nos encontramos, poner en evidencia cómo se manifiestan los conceptos básicos en el nuevo paradigma. Para ello recurriremos a la utilización de la matemática combinatoria cuyos

elementos fundamentales forman lo que se va conociendo con la denominación de matemática no numérica. En su fundamento se halla uno de los planteamientos más usuales del pensamiento: la relación.

Es precisamente a partir de la idea de relación cuando se consigue avanzar en la nueva senda de la teoría de la decisión. Para ello se recurre a la pre-topología, generalización de la topología, a la teoría de grafos, a la teoría reticular y a tantos otros aspectos que conforman los estudios combinatorios. No se trata de retazos científicos entresacados de aquí y de allí sin conexión, sino de elementos íntimamente relacionados entre sí. Téngase en cuenta que un grafo es una topología combinatoria, un retículo es un grafo y una álgebra, sea booleana o borrosa, adapta la estructura reticular.

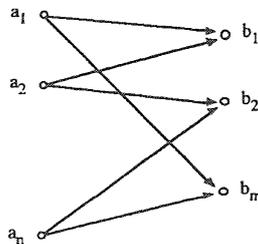
Intentaremos, de la manera más breve posible, encadenar los conceptos que consideramos forman la columna vertebral de la nueva teoría de la decisión. Para ello vamos a empezar por el concepto de relación borrosa.

Se parte de la existencia de dos conjuntos o referenciales E_1 y E_2 , tales como:

$$E_1 = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

$$E_2 = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$$

La “correspondencia” o “relación” entre los elementos de esos dos conjuntos puede ser representada, entre otras de las siguientes maneras:



	b_1	b_2	...	b_m
a_1	1	0	...	1
a_2	1	1	...	0
...
a_n	0	1	...	1

La utilización de $\{0, 1\}$ como valores de la matriz (no existe, sí existe correspondencia) puede generalizarse sustituyendo el conjunto $\{0, 1\}$ por el intervalo $[0, 1]$. Al dar este paso, se consigue algo tan importante para el mecanismo del pensamiento humano como es la “matización”. Si el conjunto E_1 comprende los elementos representativos de las causas y el conjunto E_2 los de los efectos, la relación será de causalidad y vendrá expresada por una “relación borrosa” tal como:

	b_1	b_2	\dots	b_m
a_1	μ_{a_1, b_1}	μ_{a_1, b_2}	\dots	μ_{a_1, b_m}
a_2	μ_{a_2, b_1}	μ_{a_2, b_2}	\dots	μ_{a_2, b_m}
	\dots	\dots	\dots	\dots
a_n	μ_{a_n, b_1}	μ_{a_n, b_2}	\dots	μ_{a_n, b_m}

en donde $\mu_{ij} \in [0, 1]$

$i = a_1, a_2, \dots, a_n$

$j = b_1, b_2, \dots, b_m$

Ahora bien, la relación borrosa no se limita a ligar dos conjuntos, pues es posible encadenar relaciones de tal manera que los elementos de un conjunto, por ejemplo el E_2 son a la vez efecto de unas causas E_1 y causas que provocan otros efectos incluidos en un conjunto E_3 . Así, cuando se tienen 3 conjuntos:

$$E_1 = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

$$E_2 = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$$

$$E_3 = \{c_1, c_2, \dots, c_p\}$$

de tal manera que las relaciones en E_1 y E_2 vienen por la matriz borrosa $[R]$ y las relaciones entre E_2 y E_3 por la matriz borrosa $[S]$, se pueden hallar las relaciones acumuladas de primera y segunda generación a través de la matriz borrosa $[T]$, resultado de hacer:

$$[T] = [R] \circ [S]$$

En donde \circ es el operador de composición max-min. La expresión general para realizar esta operación es:

$$\mu_{ik} = \bigvee_j (\mu_{ij} \wedge \mu_{jk})$$

$$i = a_1, a_2, \dots, a_n$$

$$j = b_1, b_2, \dots, b_m$$

$$k = c_1, c_2, \dots, c_p$$

Estos elementos constituyen la base sobre la que se asienta la teoría de los efectos olvidados⁷. A nadie puede escapar el interés de los modelos y técnicas que se derivan de cuanto acabamos de exponer para la teoría de la decisión. Prueba de ello son las múltiples aplicaciones realizadas hasta ahora.

Pero el concepto de relación adquiere un significado especial cuando aparece involucrado en la noción de grafo. Matemáticamente un grafo se define a partir de una bipartición de un producto de n conjuntos.

Así dados los referenciales E_1, E_2, \dots, E_n , si se obtiene el producto:

$$P = E_1 \times E_2 \times \dots \times E_n$$

y se halla una bipartición de P :

$$G \subset P, \quad \bar{G} \subset P$$

de tal manera que:

$$G \cup \bar{G} = P, \quad G \cap \bar{G} = \emptyset$$

se dice que tanto G como \bar{G} son grafos de P .

Si se consideran únicamente 2 conjuntos E_1 y E_2 de tal manera que $E_1 = E_2 = E$, el grafo obtenido del producto $P = E \times E$ es un “grafo en el sentido de Berge” que reflejará una relación del referencial consigo mismo. La representación de este tipo de grafos mediante la forma sagitada y la forma matricial ha dado lugar a un interesante desarrollo de ciertas relaciones, como la de “sememejanza” y “similitud”.

En efecto, cuando un grafo borroso es reflexivo y simétrico nos hallamos ante un “grafo de semejanzas”. El siguiente grafo expresado en forma matricial representa las relaciones de semejanza:

7. Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: Modelos para la investigación de efectos olvidados. Ed. Milladoiro. Santiago de Compostela. 1998.

	a_1	a_2	...	a_n
a_1	μ_{11}	μ_{12}	...	μ_{1n}
a_2	μ_{21}	μ_{22}	...	μ_{2n}

a_n	μ_{n1}	μ_{n2}	...	μ_{nn}

en donde:

$$\mu_{ij} \in [0, 1], i, j = 1, 2, \dots, n$$

$$\mu_{ij} = 1, i = j$$

$$\mu_{ij} = \mu_{ji}$$

El concepto de semejanza ha adquirido, con el desarrollo de la matemática de la incertidumbre, una importancia especial, sobre todo para procesos de comparación a efectos de agrupaciones o separaciones. Pero, en muchas ocasiones, el concepto de semejanza no resulta útil para agrupar, como consecuencia de la no existencia de la propiedad de transitividad. En efecto, si se dispone de un grupo de objetos concretos o abstractos A, B, C , y se cumple que A y B son semejantes a un determinado nivel, así como B y C son semejantes, también a este nivel, no tiene porque cumplirse que al nivel especificado lo sean A y C . Para que esto se cumpla es necesaria la intervención de la propiedad "transitiva".

A partir de un grafo de semejanzas (reflexivo y simétrico) se pueden obtener los subgrafos transitivos, que expresan "relaciones de similitud" entre algunos elementos del referencial formando el mayor "grupo" posible con características similares: Son las llamadas subrelaciones máximas de similitud. Para su obtención se han elaborado algunos algoritmos entre los cuales caben citar el de Pichat⁸ y el de Lafosse–Marin–Kaufmann⁹. Los subconjuntos que se forman no son disjuntos. Y aunque esta circunstancia carece de importancia en muchos casos, cabe plantearse el problema de la formación de subrelaciones máximas de similitud adjuntas. Cuando esta propiedad se convierte en una exigencia, habrá que recurrir a la transformación del grafo borroso de semejanza en un grafo borroso de similitud a través del cierre transitivo. Para ello, si se parte de un grafo borroso reflexivo y

8. Pichat, E.: "Algorithm for de maximal elements of a finite universal algebra". Inform Processing 68 Publ. North Holland. 1969.

9. Kaufmann, A.: "Môdeles mathématiques pour la stimulation inventive". Ed. Albin Michel, 1979, pág. 62.

simétrico (relación de semejanza) \underline{G} deberá obtenerse uno \hat{G} tal, que cumpla:

$$\hat{G} = \cup (\underline{G} \circ \underline{G}) \cup (\underline{G} \circ \underline{G} \circ \underline{G}) \cup \dots$$

hasta que se llega a un término de la unión igual a uno de los anteriores. El grafo \hat{G} es el cierre transitivo de \underline{G} y posee las propiedades de reflexibilidad, simetría y transitividad. Cuando se obtienen las subrelaciones máximas de similitud del grafo \underline{G} , éstas son disjuntas.

La importancia que representa disponer de unos elementos teóricos capaces de obtener agrupaciones por semejanzas o similitudes, es enorme. Pero a pesar de ello, estos elementos no son suficientes para resolver toda la gama de problemas que las realidades económicas y de gestión plantean. No se olvide que el punto de partida es una matriz cuadrada, en la que los elementos de las filas coinciden en cantidad y en esencia con los elementos de las columnas. Y esto es un caso particular de otro más general, en el que no coinciden, ni en número ni en concepto, las filas con las columnas. Para llegar a él es necesario partir de una matriz rectangular, que no tiene porque ser ni simétrica ni reflexiva. El grafo de Berge emergido del producto $E \times E$ dejaría paso en el campo booleana a una grafo resultado de una bipartición de $E_1 \times E_2$ en donde E_1 no tiene porque ser igual a E_2 . El punto de arranque es, pues:

$$E_1 = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

$$E_2 = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$$

con una relación borrosa $[\underline{V}] = ta1$ como¹⁰

$$[\underline{V}] = \begin{array}{cccc} & b_1 & b_2 & \dots & b_m \\ a_1 & \boxed{\mu_{11}} & \boxed{\mu_{12}} & \dots & \boxed{\mu_{1m}} \\ a_2 & \boxed{\mu_{21}} & \boxed{\mu_{22}} & \dots & \boxed{\mu_{2m}} \\ & \dots & \dots & & \dots \\ a_n & \boxed{\mu_{n1}} & \boxed{\mu_{n2}} & \dots & \boxed{\mu_{nm}} \end{array}$$

Con objeto de realizar el estudio de $[\underline{V}]$, se descompone esta relación borrosa en α -cortes, por un determinado sistema, por ejemplo el endecadario, en donde $\alpha = 0, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1$, y se escoge un nivel que se denomina

10. A efectos de simplificación hemos sustituido $m_{-1}b_1$ por m_{11} ; m_n, \dots

umbral a partir del cual se acepta la existencia de “afinidad”. Esta generación ha dado lugar al nacimiento de la llamada “teoría de las afinidades”¹¹.

Establecido uno o en su caso varios umbrales, se obtiene una matriz booleana [B] a partir de:

$$\begin{aligned} \mu_{ij} \geq u & : \beta_{ij} = 1 \\ < u & : \beta_{ij} = 0 \end{aligned}$$

en donde u es el umbral establecido y β_{ij} los elementos de la matriz booleana [B].

Como es conocido, a partir de una relación borrosa, o de una matriz booleana, es posible obtener los “cierres de Moore”¹².

La presentación de los resultados mediante retículos de Galois, permite expresar de manera visual todas las afinidades existentes al nivel considerado. De ahí a la obtención de un orden a efectos de decisión, sólo hay un paso. La variación del retículo a medida que cambia el nivel seleccionado, da lugar a un interesante panorama de informaciones que resultan muy útiles en el ámbito decisional de la economía y la gestión.

Hemos hecho mención especial al concepto de orden porque, en un sistema social y económico marcado por la incertidumbre el concepto de orden ocupa un puesto de privilegio para la decisión. Ordenar inversiones, ordenar fuentes de financiación, ordenar recursos, ... es la antesala de la toma de decisiones. Cuando no es posible obtener un cuadro “valorado” de objetos, el recurso a un “orden no cuantificado” de los mismos, puede ser suficiente para una decisión racional.

La teoría de grafos suministra interesantes esquemas para establecer una relación de orden. El concepto de “función ordinal de un grafo” es en este caso significativa. En efecto, si se exceptúan los grafos “fuertemente conexos” los cuales, representados por matrices con una sola clase de equivalencia, no permiten hallar un orden entre sus vértices, la posibilidad de

11. Esta teoría fué elaborada en su inicio por Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: “Selection of affinities by means of fuzzy relations and Galois lattices”. Actas del Euro XI Congress O. R. Aachen 16-19 Julio 1991.

12. Véase a este respecto: Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: “Técnicas de gestión de empresa: Previsiones, decisiones y estrategias”. Ed. Pirámide. Madrid, 1992, pág. 351-374.

descomponer un grafo no fuertemente conexo en subgrafos sí fuertemente conexos, ha abierto las puertas a la ordenación cuando no de vértices, por lo menos de conjuntos de vértices (los que componen cada clase de equivalencia o subgrafo fuertemente conexo). Se dispone, para ello, de algoritmos, entre los que destacamos el de Malgrange¹³.

Una vez obtenidas todas las clases de equivalencia o subgrafos fuertemente conexos, se ha vencido el escollo más importante que podía evitar la ordenación. Ahora, cuando no se pueden ordenar vértices por la existencia de circuitos, es posible la ordenación de clases de equivalencia, es decir, de grupos de objetos reales o mentales. Se trata del ya tradicional problema de obtener la “función ordinal de un grafo”.

La función ordinal se puede hallar para las clases de equivalencia y para los vértices aunque en este último caso sólo en el supuesto de que en el grafo no existan circuitos. También para ello se han ideado algoritmos, que son válidos en ambos supuestos, ya que el mismo papel lo juegan el vértice y la clase. Citaremos entre ellos el de Kaufmann y Gil Aluja¹⁴ por una parte y el de Democrom¹⁵ por otra.

Relación, separación, agrupación, semejanza, similitud, afinidad, ordenación, ..., y tantos otros vocablos, son conceptos que van emergiendo, en este intento llevado a cabo por científicos que buscan nuevos caminos para dar solución a los complejos problemas que las decisiones de las empresas e instituciones que nuestros días plantean.

Reflexiones finales

A lo largo de las páginas que anteceden, hemos intentado plasmar ciertas reflexiones¹⁶ sobre los profundos cambios que se están produciendo en el ámbito de estudio del problema de la decisión en las empresas e

13. Malgrange, Y.: “Décomposition d’un graphe en sous-graphes fortement connexes maximaux”. Nota interna de Cie. des Machines Bull. 1967.

14. Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: “Grafos neuronales para la economía y la gestión de empresas”. Ed. Pirámide. Madrid, 1995, pág. 43.

15. Democrom, M.: Trabajo presentado a la Compagnie de Machines Bull, 1964.

16. Gil Aluja, J.: “Spire o noua paradigma a teoriei deciziei”. Discurso de recepción a la Academia Rumana. 27 de Septiembre, 1995. Revista Académica. Octubre, pág. 20-21.

instituciones de nuestros días. Creemos que, de una manera casi imperceptible pero continuada, los investigadores van aceptando las nuevas bases sobre las que asientan las modernas técnicas de decisión. Hay que reconocer, sin embargo, que no resulta fácil el tránsito de una situación en la que la comunidad científica se hallaba cómodamente asentada a otra que exige notables esfuerzos de adaptación, sin contar con el riesgo que supone emprender un camino del que aún se conoce muy poco.

Hemos intentado que aparecieran no sólo las razones, que deseáramos haber justificado, por las que se está produciendo un cambio en el paradigma de la teoría de la decisión, sino también trazar un esbozo para futuros trabajos de investigación en este campo. Pero, como decía con tanta frecuencia el añorado profesor Kaufmann, nuestra tarea sólo puede consistir en abrir puertas, muchas veces ya entreabiertas, para que otros las puedan cruzar.

Es fácil comprobar, que todos los conceptos, métodos y técnicas que se están utilizando, han nacido de manera espontánea y súbita. Algunos de ellos, incluso, han sido empleados hace ya varias décadas, aunque en otros contextos y pueden encontrarse en obras que se han considerado, a justo título, textos clásicos. Quizás haya sido la irrupción de la teoría de los subconjuntos borrosos la espoleta que ha elevado el nivel de su interés y utilidad, hasta convertirlas en el eje de los nuevos movimientos relativos a la teoría de la decisión.

El largo letargo en el que estaban sumidas las técnicas operativas para el estudio de la economía y gestión de empresas, parece haber llegado a su fin con la incorporación de esos nuevos elementos. La falta de la adecuación entre modelos y realidades, había motivado que, en demasiadas ocasiones, se mutilaran éstas para que de esta manera cupieran dentro de los modelos elegidos para su tratamiento. Ésta práctica, denunciada reiteradamente por no pocos investigadores deseosos de una mayor honestidad en los trabajos, ha ido conformando los intentos que están cristalizando en este profundo cambio conceptual, metodológico y de objetivos ¹⁷.

17. Gil Aluja, J.: "Les approches connexionnistes dans le changement du paradigme de la théorie de décision. 3^{ème} Rencontre Internationale ACSEG. Nantes, 25 Octobre, 1996.

En efecto, el camino hacia el conocimiento seguido en los trabajos de investigación clásicos, parte de una estimación en términos precisos o bien a través de leyes de probabilidad¹⁸, de un determinado número de magnitudes. Estos “datos”, se incorporan en los modelos y la utilización de adecuados algoritmos elaborados en base a la aritmética determinista, o en su caso, al cálculo de probabilidades, permite la obtención de unos resultados numéricos objetivos, es decir de unas “medidas”. Con el cambio de paradigma, facilitado por la nueva sociedad surgida de la incertidumbre, el camino hacia el conocimiento ya no parte de la estimación de las magnitudes futuras en términos de certeza o probabilidad, si no en la percepción de elementos inherentes o circundantes al proceso que se estudia, cuyo carácter no es principalmente medible. Se trata de conceptos captados a través de estimaciones numéricas subjetivas, es decir “valuaciones” que, como tales no permiten utilización de operadores propios de la aritmética determinista y / o del azar. Aparece, así, en un primer plano una aritmética y una matemática no numérica potenciada por la teoría de los subconjuntos borrosos y sus muchas variantes.

Es a partir de este momento, cuando las frustraciones e inquietudes de tantos estudiosos de los problemas de gestión, parecen encontrar una salida con visos de auténtica transformación a nuevas formas de conocimiento, mucho más acordes con las necesidades actuales y futuras.

Ahora bien, todo cuanto ha sido expuesto, no debe inducir a la falsa creencia de la inutilidad de los modelos basados en los instrumentos surgidos al amparo de los paradigmas clásicos. Es más, los indudables avances que en su aplicación se han producido en los últimos años, han permitido un perfeccionamiento de los estudios cuantitativos dirigidos al tratamiento de los fenómenos decisionales, resultando, así, válidos aquellos esquemas, en muchas ocasiones afortunadamente. Sólo cuando no es posible, honestamente, considerar estimaciones “objetivas”, se debe recurrir a principios y modos de actuación diferentes. Pero en un mundo convulsionado como el de nuestros días, no parece que la incertidumbre vaya a remitir y únicamente conviviendo con ella resultará fácil la aceptación de nuevas reglas. Cuando la comunidad científica en su inmensa mayoría las hayan asumido, el nacimiento del nuevo paradigma de la decisión será una realidad.

18. Obsérvese la por lo menos aparente contradicción que existe entre la utilización del término probabilidad (aún en el caso de tratarse de una probabilidad subjetiva) con su estricta axiomática y la estimación de magnitudes económicas que se espera aparezcan en períodos posteriores.

REFERENCIAS

- Barre, Raymond.: Prólogo a la obra de Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Ed. Hispano Europea. Barcelona, 1987.
- Democrom, M.: Trabajo presentado a la Cie. des Machines Bull 1964.
- Gil Aluja, J.: *La incertidumbre en la economía y gestión de empresas*. Actas del IV Congreso de la Asociación Española sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy. Blanes, 14 de Septiembre de 1994.
- Gil Aluja, J.: *Spre o noua paradigma a teoriei deciziei*. Discurso de recepción a la Academia Rumana. 27 de Septiembre 1995. Rev. Académica. Octubre. 1995.
- Gil Aluja, J.: *Les approches connexionistes dans le changement du paradigme de la théorie de la décision*. 3^{ème} Rencontre Internationale ACSEG. Nantes, 25 Octubre 1996.
- Gil Aluja, J.: *Towards a new paradigm of investment selection in uncertainty*. Fuzzy Sets and Systems. (en publicación).
- Kaufmann, A.: *Modèles mathématiques pour la stimulation inventive*. Ed. Albin Michel. 1979, pág. 62.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*. Ed. Milladoiro. Santiago de Compostela 1986.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: *Modelos para la investigación de efectos olvidados*. Ed. Milladoiro. Santiago de Compostela 1988.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: *Selección de afinidades por medios de relaciones fuzzy y retículos de Galois*. Proceedings del Euro XI Congress O.R. Aachen 16-19 Julio 1991.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: *Técnicas de gestión de empresa. Previsiones, decisiones y estrategias*. Ed. Pirámide. Madrid, 1992.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: *Grafos neuronales para la economía y la gestión de empresas*. Ed. Pirámide. Madrid, 1995.
- Khun, Thomas: *La estructura de las revoluciones científicas*. Ed. Fondo de Cultura Económica. Madrid, 1981.
- Malgrange, Y.: *Décomposition d'un graphe en sous-graphes fortement connexes maximaux*. Nota interna de la Cie. des Machines Bull. 1967.
- Pichat, E.: *Algorithm for finding the maximal elements of a finite universal algebra*. Inform Processing 68 Publ. North Holland, 1969.
- Popper, Karl: *La lógica de la investigación científica*. Ed. Tecnos. Madrid, 1971.