SOBRE LA DECISIÓN INVERSORA CON CRITERIO FINANCIERO

Del Académico Numerario
EXCMO. SR. DR. D. ALFONSO RODRIGUEZ RODRIGUEZ

1) *Texto de la comunicación*

1. Descripción formal de una operación inversora

Una formalización de las operaciones financieras, en general, conduce al esquema input-output siguiente, que contrapone dos conjuntos financieros de capitales, pertenecientes ambos al R(F) (1):

$$I: \quad \{(C_r, T_r)\}; \qquad r = 1, 2, 3 \ldots n$$

$$O: \quad \{(C'_s, T'_s)\}; \qquad s = 1, 2, 3 \ldots m$$

Contrastadas tales prestaciones ante una determinada relación de equivalencia (2), descriptiva del equilibrio del mercado del dinero, solo puede suceder: que los conjuntos sean equivalentes financieramente,

$$\{(C_r, T_r)\} \sim \{(C'_s, T'_s)\}$$

o que no lo sean,

$$\{(C_r, T_r)\} \not\sim \{(C'_s, T'_s)\}$$

En el caso primero, se trata de una O.F. de *financiación*, sometida al

(1) R(F) es el conjunto de las partes de F, conjunto que incluye todos los capitales financieros (C, T) posibles. Es decir, definidos por una doble medida, C monetaria, y T de su liquidez o diferimiento en disponibilidad.

(2) La relación de equivalencia financiera, aquí considera, además de las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva, incluye la homogeneidad respecto a cuantías y la de preferencia por la liquidez. Vid. MATEMATICA DE LA FINANCIACION, pgs. 27 y s.s. Ed. Univ. Barcelona, 1984. Alfonso Rodríguez.

equilibrio del mercado, mientras que, en el segundo, la O.F. es de *inversión*, interpretada como aquella que pretende, fuera de tal equilibrio, la superrenta del inversor.

La descripción de una O.F. de inversión exige el estudio de dos caracteres ineludibles: la *inmovilización* financiera que comporta, y la *rentabilidad* que la acompaña. A ellos nos vamos a referir seguidamente, pero conviene antes justificar la aparente exclusión de otra característica tradicional, la seguridad de la inversión. Efectivamente, el grado de seguridad introduce el riesgo y la incertidumbre, tanto en la inmovilización, como en la rentabilidad. Por tanto, no es ajeno a la descripción de tales caracteres, ni independiente a ellos, pero su intervención se concreta y limita a la exigencia del análisis estocástico o incierto en su correcto estudio financiero.

2. La inmovilización financiera

Dos parámetros definen la inmovilización financiera que conlleva una inversión, la *cuantía* monetaria y el *plazo*. Ambos son evidentes en la llamada "operación elemental", donde tan solo se realiza la colocación de un capital input, con la recuperación de un solo output. No así en las "operaciones complejas" donde la distribución de colocaciones, y retornos, dificultan su definición. La *reducción financiera*(1) de la operación compleja a otra equivalente elemental resuelve tal dificultad, resultando precisada la inmovilización financiera por el vector,

$$\vec{V}(C, t_o)$$

donde son, $C = \Sigma C_r$, y t_o el *plazo financiero medio* (P.F.M.) (2).

Obsérvese que, mientras en las operaciones elementales la determinación de la inmovilización financiera es invariante al equilibrio del mercado del dinero, o "ambiente financiero", en las complejas no es así, ya que el P.F.M. es función de la tasa de equilibrio ρ^o, $t_o(\rho^o)$.

(1) La reducción financiera se apoya en la operación "suma financiera", juntamente con la admisión del postulado de equivalencia entre un conjunto financiero y su suma, que permite la sustitución simplificadora.

(2) El P.F.M. es la diferencia entre los diferimientos medios de los conjuntos financieros output e input, $t_o = T'_o - T_o$. Este parámetro reduce la pluralidad de plazos superpuestos en una operación compleja, dotando así al análisis financiero de una alta operatividad.

3. La rentabilidad

La descripción más simple del margen inversor es aquella que se limita a considerar la renta "bruta" y "absoluta",

$$\bar{R} = C' - C = \Sigma C'_s - \Sigma C_r$$

que adolece de ignorancia de la diferente liquidez de las cuantías que en ella participan, afectadas de diferimientos distintos —renta bruta—, así como de ausencia de significación relativa respecto a la inmovilización que precisa —renta absoluta—. Por todo ello, resulta invariante al ambiente financiero determinado por la tasa del dinero ρ^0.

Primera corrección heurístico-financiera supone la obtención de la renta "neta", todavía "absoluta",

$$\hat{R} = C' - C^0$$

en donde $C^0 = C.e^{\rho^0 t_0}$ es la cuantía del capital equivalente financieramente al (C, T_0), con liquidez T'_0, es decir, con igual liquidez que C'. También, considerando que el interés del mercado es, $I = C^0 - C$, resulta

$$\hat{R} = \bar{R} - I$$

que explicita su naturaleza económica de "superrenta" inversora. Ahora, es evidente la participación de ρ^0 en su definición, tanto directamente, como en el P.F.M., a través de C^0.

La medición de la rentabilidad "relativa" es posible mediante la *tasa financiera* $\bar{\rho}$ (T.F.R.) (1), que relaciona las cuantías acumuladas C' y C,

$$C' = C.e^{\bar{\rho} t_0}$$

como tasa de rentabilidad "bruta", o bien, $\hat{\rho}$, para C' y C^0,

$$C' = C^0.e^{\hat{\rho} t_0}$$

como tasa de rentabilidad "neta".

Siendo las expresiones de las diferentes tasas financieras, de rentabilidad bruta, de rentabilidad neta, y de mercado del dinero,

$$\bar{\rho} = \frac{\ln C' - \ln C}{t_0}; \quad \hat{\rho} = \frac{\ln C' - \ln C^0}{t_0}; \quad \rho^0 = \frac{\ln C^0 - \ln C}{t_0};$$

(1) Vid. MATEMATICA DE LA INVERSION, pgs. 31 y s.s. Ed. Univ. Barcelona, 1984. Alfonso Rodríguez.

es inmediata la relación,

$$\hat{\rho} = \bar{\rho} - \rho^{0}$$

que reduce el estudio al de la T.F.R., $\bar{\rho}$. Esta, aún siendo una tasa bruta, se muestra función de ρ^{0}, $\bar{\rho}(\rho^{0})$, en las operaciones de inversión complejas.

Recordemos la relación existente entre los parámetros de la inversión denominados T.F.R. y P.F.M. Evidentemente,

$$\bar{\rho}.t_{o} = \frac{\ln C'}{\ln C} = k$$

manifestándose k como una "constante característica" de la operación inversora (invariante al ambiente financiero).

4. La ordenación de las O.F. en una alternativa inversora

Consideremos una "alternativa inversora", formalizándola

$$Q(\vec{I}_{1}, \vec{I}_{2}, \ldots \vec{I}_{\nu})$$

en donde $\vec{I}_{j} \in Q$ es una O.F. de inversión, definidad como un vector tridimensional,

$$\vec{I}(C, t_{o}, C')$$

cuyas componentes son los parámetros de la operación reducida, determinando los dos primeros su inmovilización financiera.

La elaboración de un criterio de decisión, para la selección financiera óptima, exige la definición de una relación de orden en Q, tal que delimite la preferencia. Ello supone la definición de una "función de preferencia", en el espacio Q,

$$\gamma = f(C, t_{o}, C')$$

que debe reunir las propiedades de un "índice de utilidad", resumidas en:

a) Correcta definición de la *preferencia* respecto a cada una de sus variables, "caeteris paribus".

b) Correcta definición de la *indiferencia* establecida por relaciones de sustitución entre dos variables, permaneciendo constante la restante.

Con reconocimiento más o menos explicitado, los criterios financieros de selección de inversiones se adscriben a una de estas dos orientaciones:

A) Optimización de la renta absoluta que, valorada financieramente en el origen, conduce al criterio conocido por del "valor capital" de la inversión.

B) Optimización de la rentabilidad relativa medida, con mayor o menor perfección (1), mediante una tasa financiera. A ella se adhiere el criterio denominado de la "tasa de rendimiento interno (T.I.R.)".

La primera posición prescinde de la inmovilización financiera que genera la renta, pudiendo otorgar preferencias a inversiones con exigua ventaja absoluta en la renta y notable sacrificio por el mayor volumen de inmovilización. La segunda, sólo atiende a consideraciones relativas, siendo factible la preferencia para una inversión de superior rentabilidad relativa, pero de exigua inmovilización que apenas genera renta absoluta, frente a otra de rentabilidad algo inferior, pero con importante inmovilización financiera productiva.

Tales orientaciones responden a diferente fundamentación del criterio selectivo, diferencia irreductible que solo desaparece en la selección de inversiones de "inmovilización flexible", en las que su volumen es fijado libremente por el inversor, pues en ellas los óptimos en renta absoluta y rentabilidad relativa coinciden en una misma operación. Ello no sucede necesariamente en las alternativas inversoras con "inmovilización rígida".

Cuando, en dos inversiones, una aventaja en renta absoluta, y la otra mejora la rentabilidad relativa, la ordenación exige la definición de la relación de sustitución, que asuma el sujeto inversor, entre ambos tipos de rentabilidad. Es evidente que tal relación subjetiviza la decisión financiera. Pero conviene que hagamos otras consideraciones previas antes de desarrollar este punto.

5. Primera aproximación: un índice de rentabilidad

La T.F.R. adquiere notable significación descriptiva completando su información con el nivel de la tasa del dinero y la extensión del P.F.M. Efectivamente, siendo la T.F.R. una tasa de rentabilidad bruta, la tasa del dinero permite su transformación en neta. Por otra parte, aceptada la flexibilidad cuantitativa de la inmovilización financiera, el P.F.M. es el restante parámetro que determina la misma.

(1) Vid. Public. Instituto Actuarios Españoles. Seminario Financiero, 1981. SOBRE LA MEDIDA DE LA RENTABILIDAD. Alfonso Rodríguez.

Una conjunción de los tres parámetros citados conduce al siguiente *índice de rentabilidad*, que proponemos,

$$\boxed{\delta = (\bar{\rho} - \rho^0)\, t_0 = \hat{\rho} \cdot t_0}$$

cuyo significado financiero y propiedades a continuación vamos a exponer.

Como magnitud derivada (1), se trata de un "tanto efectivo" de rentabilidad neta, producto del "nominal" por el plazo de la operación. Es pues adimensional (invariante a las unidades monetaria y temporal), y muestra la renta neta estricta (2), por unidad monetaria invertida en la operación. Destacamos en él las siguientes propiedades:

1.ª. Es nulo para, y solamente para, $\bar{\rho} = \rho^0$ ó $t_0 = 0$. Es decir, para las inversiones que carecen de renta neta.

2.ª. El signo positivo corresponde a beneficios, y el negativo a pérdidas, incluso en las denominadas operaciones "degeneradas" (3).

3.ª. Crece con la renta real, incluso en las operaciones "degeneradas" (4).

4.ª. Es decreciente respecto a la tasa del dinero, ρ^0.

5.ª. Para una renta absoluta constante, el índice muestra su preferencia por la T.F.R. sobre el P.F.M. (5).

6.ª. Para una renta neta constante, el índice muestra indiferencia, fácilmente salvable con el criterio de mayor T.F.R., o menor P.F.M.

7.ª. Por su condición de "adimensional" es invariante al cambio de unidades de medida, tanto monetarias como temporales, lo que simplifica notablemente la contrastación entre inversiones.

(1) Vid. *op. cit.* MATEMATICA DE LA FINANCIACION. Pgs. 77 y ss.

(2) Como resultado del producto de una tasa instantánea, estricta por tanto, por el plazo.

(3) Son operaciones de inversión "degeneradas" aquellas cuyo P.F.M. es negativo. En ellas, el significado del signo en la T.F.R. se invierte, y también en la tasa neta p. Por ello, el signo del índice, $\delta = \hat{\rho} \cdot t_0$ conserva el significado referido. Vid. *op. cit.* MATEMATICA DE LA INVERSION, pgs. 59 y ss.

(4) Es consecuencia inmediata de la observación anterior, pues δ también mide la renta neta unitaria efectiva, en las operaciones degeneradas.

(5) En efecto, para una renta unitaria absoluta y constante k, se produce la relación de sustitución, entre T.F.R. y P.F.M., $\bar{\rho} \cdot t_0 = k$, y considerando ahora el índice en la forma,

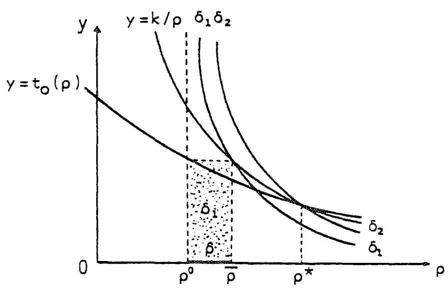
$$\delta = \bar{\rho} \cdot t_0 - \rho^0 \cdot t_0 = k - \rho^0 \cdot t_0$$

fácilmente se observa su decrecimiento con t_0, y crecimiento con $\bar{\rho}$, cuando se cumple la referida relación de sustitución.

Tales propiedades confieren al índice descrito una eficacia descriptiva muy superior a la contenida en una tasa de rentabilidad, por perfeccionada que ésta sea, al sintetizar su efecto con el del plazo inversor y el del propio ambiente financiero.

La exacta interpretación financiera que corresponde a este índice de rentabilidad es muy superior a la de una mera magnitud indiciaria, ya que mide estrictamente el resultado económico de la inversión por unidad monetaria invertida. Y, al decir estrictamente, queremos significar que tal resultado es neto de la reinversión de la propia renta en la operación inversora, como corresponde a su condición de tanto efectivo e instantáneo, a la par que también es neto del coste del dinero inmovilizado por la operación misma.

La siguiente figura muestra, en un mapa de curvas de indiferencia de renta total neta, como δ_1 , significado por el área rayada, es el índice de rentabilidad que corresponde a una operación de características k y $t_0(\rho)$, cuando la tasa del dinero es ρ^0. Se ha hecho también figurar la T.I.R. ρ (1), siendo erróneo pensar que sea δ_2 el índice de rentabilidad que correspondería al análisis realizado por la T.I.R., pues, como sabemos (1), éste implica la hipótesis $\rho^0 = \rho^*$, lo cual supone siempre $\hat{\rho} = 0$, resultando también $\delta = 0$, en cualquier caso.



(1) Vid. Comunicación a la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras del autor, ANALISIS CRITICO DE LA TASA INTERNA DE RENTABILIDAD: SU CALCULO, LIMITACIONES Y DISTORSIONES.

6. Optimización de la rentabilidad relativa: un índice de preferencia

Las deficiencias conocidas de la T.I.R., como instrumento de medida de la rentabilidad relativa, nos indujo a su sustitución por la T.F.R., exponente de la rentabilidad estricta, por unidad monetaria-año invertida. Ahora, la disparidad en el coste financiero de cada una de tales unidades, en las diferentes operaciones de inversión, nos induce a perfeccionar más el concepto de rentabilidad, refiriéndolo a la *unidad de coste* de la inmovilización financiera requerida, y cuya optimización es fundamento de un criterio económico preferencial.

Consideremos para ello las siguientes expresiones,

$$\bar{R} = C' - C = C(e^{\bar{\rho} t_0} - 1)$$

$$\hat{R} = C' - C'' = C(e^{\bar{\rho} t_0} - e^{\rho^0 t_0}) = C.e^{\rho^0 t_0}(e^{\delta} - 1)$$

$$I = C'' - C = C(e^{\rho^0 t_0} - 1)$$

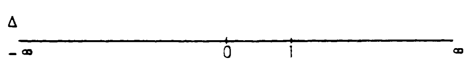
que corresponden, respectivamente, a la renta bruta, a la renta neta y al coste (o interés) de la inmovilización financiera de la inversión, y todos ellos referidos a T'_0, final del plazo financiero medio inversor.

Construyamos, entonces, el siguiente *índice de preferencia*,

$$\Delta = 1 + \frac{\hat{R}}{I} = \frac{\bar{R}}{I} = \frac{e^{\bar{\rho} t_0} - 1}{e^{\rho^0 t_0} - 1}$$

que expresa la rentabilidad bruta por unidad de coste de la inmovilización financiera correspondiente. De este modo, contrasta la renta bruta del inversor con la renta del ahorro que exige la operación, mostrando una relación coste-beneficio de naturaleza financiera.

El índice puede adoptar cualquier valor real, con un significado preciso en los siguientes tramos del eje real,



En efecto, para $\Delta < 0$, la inversión produce pérdidas absolutas, superiores al coste financiero de la inmovilización. Para $\Delta = 0$ la pérdida coincide con tal costa financiero. Si $0 < \Delta < 1$, el perjuicio se reduce a una parte del mismo que no es absorbido por la inversión. Cuando $\Delta = 1$, el coste es totalmente cubierto. Y, si $\Delta > 1$, surge la rentabilidad neta positiva y el beneficio absoluto de la inversión, que crece con el índice de preferencia.

Estudiemos ahora las características del índice Δ:

1ª. Para una renta igual, sea absoluta o neta, el índice selecciona la inversión de menor coste. Para un mismo coste, selecciona la inversión de mayor rentabilidad.

2ª. Es "estacionario", por cuanto es invariante a las traslaciones de la operación en el tiempo.

3ª. Es "adimensional", como se deduce de su propia definición analítica, resultando invariante tanto a los cambios de unidad monetaria como de medida temporal.

4ª. No tiene sentido directo en las operaciones degeneradas, por carecer éstas de inmovilización financiera y de coste. Tales operaciones, como sabemos, producen el efecto contrario, la liquidez de recursos inmovilizados mediante el descuento financiero que implican. No obstante, el índice muestra significado referido a la parte contraria o contrainversora, que es la que en estas operaciones asume la inversión activa. En efecto, para la operación pasiva,

$$\Delta' = 1 + \frac{\hat{R}'}{I'}$$

determina el índice. Pero en ella podemos considerar que el resultado neto relativo que afecta al sujeto contrainversor activo es el opuesto a aquel que corresponde al inversor en la operación degenerada,

$$\frac{\hat{R}'}{I'} = -\frac{\hat{R}}{I}$$

Entonces, evidentemente, es $\Delta + \Delta' = 2$, resultando la relación, $\Delta = 2 - \Delta'$, que resuelve la determinación del índice en las operaciones de inversión degeneradas.

7. Optimización de la tentabilidad absoluta: el valor capital

Renta bruta, renta neta y coste financiero de la inmovilización, pueden ser referidos al instante-origen que se fija en el momento del análisis, obteniéndose:

$$\bar{R}_o = \bar{R} . e^{-\rho^0 T'_o} = C' e^{-\rho^0 T'_o} - C . e^{-\rho^0 T'_o}$$

$$\hat{R}_o = \hat{R} . e^{-\rho^0 T'_o} = C' e^{-\rho^0 T'_o} - C . e^{-\rho^0 T_o}$$

$$I_o = I . e^{-\rho^0 T'_o} = C . e^{-\rho^0 T_o} (1 - e^{-\rho^0 t_o}) = C_o (1 - e^{-\rho^0 t_o})$$

significando $\hat{R}_0$ el valor actual de la renta neta absoluta, denominado también *valor capital* de la inversión, y cuya optimización sustenta el criterio de decisión de su nombre.

Es, también,

$$\hat{R}_0 = C.e^{-\rho^0 T_0}(e^{\delta} - 1) = C_0(e^{\delta} - 1)$$

siendo su relación con el índice de preferencia Δ,

$$\hat{R}_0 = (\Delta - 1)I_0$$

con la inmediata consecuencia de que, solo en operaciones del mismo coste financiero, ambos criterios de optimización de la renta —relativa y absoluta— coinciden necesariamente. Ello resuelve definitivamente viejas polémicas, casi siempre planteadas sin definición clara de las hipótesis previas de apoyo.

Creemos aclaratorio, en este momento, estudiar una concreta alternativa inversora con los instrumentos del análisis financiero hasta ahora descritos. Sea $Q(\vec{I}_1, \vec{I}_2, \vec{I}_3)$ la alternativa:

$\vec{I}_1$;	10	15	15						
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
				20	20	15	10	10	5
$\vec{I}_2$;	30	20	10						
	0	1	2	3	4	5	6		
				25	25	40	40		
$\vec{I}_3$;	25	25							
	0	1	2	3	4				
			30	30	30				

que estudiaremos en un ambiente financiero determinado por la tasa de interés del dinero del 12,5%. Indice de preferencia y valor capital, para cada inversión, toman estos valores:

	Δ	$\hat{R}_0$
$\vec{I}_1$;	1,9021	10,94
$\vec{I}_2$;	1,9236	19,41
$\vec{I}_3$;	2,3632	16,28

que producen dos diferentes ordenaciones de las opciones, según que atendamos a la rentabilidad relativa o a la absoluta,

Δ	$\hat{R}_0$
$\vec{I}_3$	$\vec{I}_2$
$\vec{I}_2$	$\vec{I}_3$
$\vec{I}_1$	$\vec{I}_1$

Es observable que, en la alternativa Q, la opción $\vec{I}_1$ se muestra inferior absolutamente a las otras dos, es decir, en ambos tipos de rentabilidad. Pero la decisión financiera no está claramente definida en cuanto a las otras dos opciones, ya que depende del criterio adoptado, lo cual va a ser considerado seguidamente.

8. Un índice de preferencia absoluta: el valor crítico

Si dos caracteres son valorados en una decisión y ambos coinciden en favorecer una de las opciones, la decisión tiene una definición sencilla. Pero si los caracteres referidos contraponen su preferencia, el criterio de decisión precisa de una previa relación de sustitución entre ambos caracteres, que permita la reducción de las preferencias, parciales y contrapuestas, en una sola preferencia absoluta. De este modo, para que el criterio decisor sea completo es necesario conjugar la valoración de ambos caracteres en una sola estimación final, capaz de establecer la preferencia —o indiferencia en su caso— realizándose así la ordenación de la alternativa inversora.

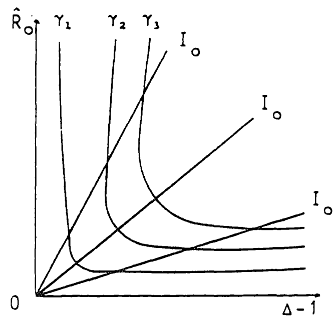
El análisis científico propende a la definición de relaciones de sustitución objetivas, por tanto generales y universales. En el análisis económico éstas no son siempre posibles y, a veces, la consulta de sus preferencias al sujeto resulta inevitable. Sobre todo, cuando se investigan comportamientos individuales, no colectivos, ya que en éstos pueden imperar leyes estadísticas de comportamiento económico.

Ahora, nos enfrentamos a la decisión de invertir, considerando conjuntamente la rentabilidad relativa y la renta absoluta, tras haber sido medidas financieramente del modo más correcto. El objetivo es la elaboración de un criterio de decisión que conjugue ambas valoraciones en cada opción, agotando la información que produce el análisis financiero, relegando al último extremo la consulta individual y la intervención subjetiva.

Ya conocemos la relación existente entre los parámetros Δ y $\hat{R}_0$ de la opción, recogida en la expresión

$$\frac{\hat{R}_0}{\Delta - 1} = I_0$$

que explica la relación de sustitución existente entre ambos caracteres para un mismo coste financiero de la inversión. Su linealidad y homogeneidad introduce la propiedad de homotecia con centro en el origen, en el correspondiente mapa de curvas de indiferencia, como muestra la figura



Construyamos el siguiente índice de preferencia absoluta (I.P.A.),

$$\boxed{\gamma = (\Delta - 1)^{1-\lambda}\, \hat{R}_o^{\lambda} = (\Delta - 1)\, I_o^{\lambda}}$$

en donde se conjugan rentabilidad relativa y renta absoluta, introduciéndose la componente subjetiva mediante el parámetro λ cuyo valor, con la condición $0 < \lambda < 1$, mide la inclinación hacia cada una de ellas del inversor. Los extremos, $\lambda = 0$ y $\lambda = 1$, implican la consideración de una sola de las características, con exclusión total de la otra. Una ponderación de ellas equilibrada, conduciría al valor del parámetro $\lambda = 0{,}5$, resultando el IPA media geométrica entre la rentabilidad relativa neta y la renta neta absoluta, financieramente determinadas,

$$\gamma = \sqrt{(\Delta - 1)\, \hat{R}_o}$$

El signo del IPA corresponde al de la renta neta, relativa y absoluta, justificando su crecimiento con ellas la positividad de las derivadas parciales,

$$\frac{\partial\gamma}{\partial\Delta} = (1-\lambda)(\Delta-1)^{-\lambda}\,\hat{R}_o^{\lambda} = (1-\lambda)\,I_o^{\lambda}$$

$$\frac{\partial\gamma}{\partial\hat{R}_o} = \lambda(\Delta-1)^{1-\lambda}\,\hat{R}_o^{\lambda-1} = \lambda\,I_o^{-\lambda}$$

Evidentemente, el IPA toma los valores máximo y mínimo en la alternativa inversora objetivamente, es decir, para cualquier valor de λ, cuando la preferencia o inferioridad es absoluta. En los análisis caeteris-páribus adopta el comportamiento adecuado.

En efecto, si retornamos a la alternativa $\underline{Q}$, estudiada, $\vec{I}_1$ minimiza al IPA, sea cual fuere λ. En cambio, $\vec{I}_2$ e $\vec{I}_3$ pueden alterar sus posiciones en la ordenación, según fuere el valor asignado a λ, esto es, según sea la posición subjetiva del inversor. Así, para $\lambda = 0,2$, y para $\lambda = 0,8$,, son las ordenaciones respectivas de la alternativa Q, realizadas por el IPA.

	$\gamma(\lambda = 0,2)$		$\gamma(\lambda = 0,8)$
$\vec{I}_3$;	2,24	$\vec{I}_2$;	10,56
$\vec{I}_2$;	1,70	$\vec{I}_3$;	9,91
$\vec{I}_1$;	1,49	$\vec{I}_1$;	6,64

lo cual evidencia la preferencia subjetiva por $\vec{I}_2$ o $\vec{I}_3$, en razón de una mayor disposición del sujeto hacia la rentabilidad relativa o el volumen de renta absoluta.

El parámetro λ, en la escala 0-1, puede aportar una información objetiva complementaria de la alternativa inversora que agota, en nuestro criterio, su descripción financiera. En efecto, para cada par de opciones de la alternativa inversora existe un valor de λ, que denominamos *valor crítico*, en el que se produce la "indiferencia subjetiva", tal que, para valores inferiores de λ, es preferida la opción de mayor rentabilidad relativa y, para valores superiores, la de mayor renta absoluta o valor capital, estableciendo así la frontera objetiva entre una y otra preferencia. Ella informa al decisor subjetivo sobre el grado de aproximación, a cada uno de los extremos, necesario para la adopción de su decisión, constituyéndose en explicación objetiva de su comportamiento.

Siendo $\lambda(\vec{I}_r, \vec{I}_s)$ el valor crítico de la preferencia entre las opciones

$\vec{I}_r$ e $\vec{I}_s$, se obtiene como solución de la ecuación en λ,

$$\gamma(\vec{I}_r) = \gamma(\vec{I}_s)$$

es decir,

$$(\Delta_r - 1)^{1-\lambda} \hat{R}_{or}^{\lambda} = (\Delta_s - 1)^{1-\lambda} \hat{R}_{os}^{\lambda}$$

resultando,

$$\lambda(\vec{I}_r, \vec{I}_s) = \left[1 + \ln \frac{\hat{R}_{os}}{\hat{R}_{or}} : \ln \frac{\Delta_r - 1}{\Delta_s - 1} \right]^{-1}$$

invariante a la ordenación del par, como corresponde a su significación.

En la alternativa práctica Q, que venimos estudiando, es el valor crítico $\lambda(\vec{I}_2, \vec{I}_3) = 0,69$. Ello permite la siguiente ordenación objetivo-paramétrica de la alternativa,

λ:	0 - 0,69	- 1
	$\vec{I}_3$	$\vec{I}_2$
Q	$\vec{I}_2$	$\vec{I}_3$
	$\vec{I}_1$	$\vec{I}_1$

La consideración en una alternativa inversora de todos los valores críticos permite la ordenación objetivo-paramétrica total de la alternativa. Efectivamente, estudiemos una nueva alternativa $Q(\vec{I}_1, \vec{I}_2, \vec{I}_3)$ definida así,

$\vec{I}_1$;	20	20	10						
	0	1	2	3	4	5	6		
				10	15	35	30		
$\vec{I}_2$;	15	15							
	0	1	2	3	4				
			10	15	20				
$\vec{I}_3$;	30	15	10						
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
				10	10	20	15	30	20

con los resultados,

	Δ	$\hat{R}_0$
$\vec{I}_1$;	1,1186	2,24
$\vec{I}_2$;	1,1793	1,50
$\vec{I}_3$;	1,1026	1,60

y valores críticos que presentamos en el cuadro siguiente, ordenando filas por rentabilidad y columnas por renta absoluta,

Q	$\vec{I}_3$	$\vec{I}_1$	$\vec{I}_2$
$\vec{I}_2$	0,5037	0,5075	-
$\vec{I}_1$	0,4830	-	0,5075
$\vec{I}_3$	-	0,4930	0,5037

no existiendo preferencia objetiva, ni lugar determinado para ninguna en las opciones en la alternativa.

La ordenación objetivo-paramétrica que se deduce para la alternativa es

λ:	0 - 0,4930	- 0,5037	- 0,5075	- 1
Q	$\vec{I}_2$	$\vec{I}_2$	$\vec{I}_3$	$\vec{I}_3$
	$\vec{I}_1$	$\vec{I}_3$	$\vec{I}_2$	$\vec{I}_1$
	$\vec{I}_3$	$\vec{I}_1$	$\vec{I}_1$	$\vec{I}_2$

que ofrece la mayor información financiera como antecedente a la decisión final, subjetiva.

2) *Comentario a la comunicación por el Académico Numerario Excmo. Sr. Dr. D. Jaime Gil Aluja*

Desería poner de manifiesto el interés de la Comunicación presentada por el Dr. Alfonso Rodríguez sobre la Decisión Inversora con criterio Financiero por cuanto al tratar un tema de gran actualidad lo ha sabido hacer desde una perspectiva científica que permite comprender el problema planteado desde una visión de síntesis tan difícil en el estado actual del tratamiento de los problemas inversionistas.

Desearíamos resaltar de su trabajo la precisión con que expone los criterios financieros de selección de inversiones los cuales se adscriben hacia dos tipos de orientaciones: Optimización de la Renta absoluta (se prescinde de la inmovilización financiera que genera renta) y Optimización de la rentabilidad relativa media (sólo atiende a consideraciones relativas), respondiendo a una diferente fundamentación del criterio selectivo.

La presentación de un índice de rentabilidad que constituye una conjunción de tres parámetros constituye un acierto por cuanto el índice descrito tiene una eficacia muy superior a la de la tasa de rentabilidad, dado que sintetiza su efecto con el del plazo inversor y el del propio ambiente financiero.

Por todo ello, felicitamos al Profesor Rodríguez por el trabajo presentado en esta Real Corporación.