



*Real Academia
de Ciencias Económicas y Financieras*

VIVIR JUNTOS:
EUROPA, TERRITORIO
DE ENCUENTRO O DE ENFRENTAMIENTO

La realización de esta publicación
ha sido posible gracias a



Con la colaboración de



Obra Social "la Caixa"

VIVIR JUNTOS:
EUROPA, TERRITORIO DE ENCUENTRO
O DE ENFRENTAMIENTO

Dr. Joan-Francesc Pont Clemente
Dr. Jaime Gil Aluja

Presentación:
Dr. Jaime Gil Aluja

Publicaciones de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras

Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras. Sección Tercera

Vivir juntos: Europa, territorio de encuentro o de enfrentamiento/ estudio realizado por la Sección Tercera de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras.

Bibliografía

ISBN- 978-84-608-8172-8

I. Título II. Pont Clemente, Joan-Francesc III. Gil Aluja, Jaime IV. Colección

1. Unión Europea—Aspectos sociales 2. Modelos matemáticos—Aspectos sociales 3. Lógica borrosa

LC65

La Academia no se hace responsable de las opiniones expuestas en sus propias publicaciones.

(Art. 41 del Reglamento)

Editora: © Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras,
Barcelona, 2016

ISBN-13: 978-84-608-8172-8

Depósito legal: B 12490-2016

Nº registro: 2016034883

Esta publicación no puede ser reproducida, ni total ni parcialmente, sin permiso previo, por escrito de la editora. Reservados todos los derechos.

Imprime: Ediciones Gráficas Rey, S.L.—c/Albert Einstein, 54 C/B, Nave 12-14-15
Cornellà de Llobregat—Barcelona



Esta publicación ha sido impresa en papel ecológico ECF libre de cloro elemental, para mitigar el impacto medioambiental

**REAL ACADEMIA DE CIENCIAS
ECONÓMICAS Y FINANCIERAS**

Sumario

Presentación por el Excmo. Sr. Dr. Jaime Gil Aluja	11
--	----

VIVIR JUNTOS

I. Construir la Ciudad	25
II. La formación de núcleos a partir de la noción de afinidad.....	39
III. Planteamiento de un algoritmo para la formación de núcleos.....	66
IV. Reflexiones finales.....	85
Publicaciones de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras.....	95
Junta de Gobierno y Secciones de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras.....	97

PRESENTACIÓN

JAIME GIL ALUJA

Presidente de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras

VIVIR JUNTOS: EUROPA, TERRITORIO DE ENCUENTRO O DE ENFRENTAMIENTO

Presentación

En el magnífico trabajo preparado por el Excmo. Sr. Dr. Joan-Francesc Pont, presidente de la Sección III de nuestra Real Corporación, que constituye el capítulo primero de esta obra, el autor expone de manera magistral los elementos considerados más significativos para la configuración de una visión humanista de lo que significa la convivencia armónica en un espacio temporal situado en estos inicios de siglo XXI.

Con virtuosa sutileza expresa que la idea vivir juntos “no es compartir más o menos un espacio ni respetar unas fronteras, ..., es compartir una misma noción universal de la humanidad y contribuir a la creación de una conciencia social también universal...” Subraya, posteriormente, que la aproximación entre los seres humanos debe tener lugar mediante el conocimiento, la tolerancia, el amor,....

Con el *conocimiento*, siempre en sus propias palabras, se consigue aflorar “los elementos que determinan la igualdad y la dignidad de los

seres humanos...., y una reflexión serena sobre la existencia de valores universales compartidos”. La *tolerancia* puede presentarse como una virtud capaz de permitir el “establecimiento de los límites en los que es posible expresar el pluralismo de una sociedad madura”.

Nos permitimos, en relación con esta última afirmación, insistir, a modo de reflexión, en la necesidad de subrayar que estos límites hay que buscarlos en las mismas raíces de la conciencia social y, como muy bien dice el Profesor, en la “conciencia social europea..., al servicio del efectivo ejercicio de la libertad”.

Desearíamos detenernos en este punto, que consideramos crucial para el desarrollo de uno de los aspectos que aparecen ante nuestros ojos como elemento primario a considerar por parte de la Unión Europea en su objetivo de constituirse como “un espacio de libertad, seguridad y justicia”.

Y es en este sentido, sólo en este sentido, que la palabra *espacio* debe ser entendida, según nuestra opinión, como un territorio o conjunto de territorios en los que se dan unos aspectos identitarios comunes en un alto nivel, los cuales pueden facilitar “vivir juntos”.

Esto nos lleva a considerar otro de los aspectos que el Dr. Pont somete a nuestra reflexión desde el más puro clasicismo: la diferenciación entre el “núcleo” y el “halo” en un mundo concebido en torno al concepto de ciudadanía. Recordemos que, según sus propias palabras, la existencia de un potente núcleo de valores y de principios “permite la existencia pacífica y enriquecedora de un “halo” que, respetando precisamente los valores y principios, permite que se desarrollen libremente las distintas opciones y formas de vida”.

Nos hallamos en un mundo en el que las relaciones de convivencia entre los ciudadanos tienen lugar en un contexto social caracterizado por la complejidad. El nivel de convivencia dependerá, así, del resulta-

do de la respuesta ciudadana a la gestión de esta complejidad por parte de los poderes políticos y económicos.

La existencia de uno o varios núcleos en el espacio europeo

Ante un planteamiento de esta naturaleza creemos útil, aun cuando sólo sea a nivel especulativo, intentar configurar un conjunto de aspectos que, de alguna manera, constituyan los elementos básicos e imprescindibles para definir la vivencia en comunidad. A título indicativo se podrían considerar: el sistema económico, el nivel de espiritualidad y los valores tradicionales, para sólo citar algunos de ellos.

Ahora bien, ¿en qué sentido inciden estos aspectos en el establecimiento de un “núcleo” aglutinador de ciudadanos? Nos atrevemos a señalar que, quizá, se debería pensar más en el nivel de riqueza que en la diferencia entre sistemas económicos; en el grado de espiritualidad que en la diferencia entre religiones; en el grado de seguimiento de los valores históricos que en la diferencia entre las tradiciones,... Estos aspectos que hemos expuesto a título indicativo pueden no ser aceptados. Aún en este supuesto el razonamiento que vamos a proponer no quedaría invalidado en su estructura sino que bastarían unas pocas variantes para validar el proceso propuesto.

Aún así hemos intuido que quizás pueden incidir en una adecuada respuesta otras consideraciones no menos importantes ante un planteamiento como éste, que, repetimos, no está exento de complejidad. Permítasenos, pues, presentar de manera muy esquemática y en una primera aproximación, algunos de los elementos configuradores de la convivencia. A este respecto no es arriesgado señalar, en un principio, que ésta convivencia se halla enmarcada en un conjunto de disposiciones legales promulgadas por las autoridades políticas y económicas de la U.E.

Hay que tener en cuenta, sin embargo, que este marco legal no tiene carácter de absoluta permanencia. En efecto, los vaivenes rápidos y en sentido difícilmente predeterminable de los sistemas sociales, agudizados por los efectos de los ciclos económicos, hacen que muchas de las normas deban ser modificadas y otras sustituidas con harta frecuencia para hacer frente a los inevitables cambios a los que se ve sometida la convivencia ciudadana.

A este respecto y únicamente a efectos ilustrativos, nos permitimos hacer mención a unos párrafos de un muy interesante trabajo elaborado en Barcelona por el Premio Nobel de Economía Joseph E. Stiglitz, publicado por la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras.

Dice el profesor Stiglitz que, después del largo período recesivo que Europa ha estado soportando, otro mundo será posible. Pero, para que esto sea así, resultará necesaria la adopción de un conjunto de medidas tales que, además de corregir los defectos detectados, sirvan de acicate para la refundación de sistemas de convivencia en nuestro Continente.

A título indicativo reproducimos algunas de las medidas propuestas por el propio Stiglitz¹ que serán suficientemente ilustrativas, creemos, para tomar conciencia del importante aspecto convivencial, en un momento en que parece producirse un cambio de sentido del ciclo económico:

- Establecimiento de una nueva “política fiscal” correcta y adecuada a la nueva sociedad que está emergiendo de la crisis económica.
- “Regulación macroprudencial de las instituciones financieras” cuya gestión se han visto superada por el cambio de sentido del ciclo económico.

1 Stiglitz, J.E.: *El precio de la desigualdad*. Ed. R.A.C.E.F., Barcelona, 2012, pág. 36.

- Mayor “inversión pública en innovación, investigación y educación”, inversión cuyo retorno y eventual rentabilidad sólo tiene lugar a medio y largo plazo.
- “Eficaces incentivos públicos al ahorro del ciudadano medio” por cuanto las campañas publicitarias de las instituciones financieras privadas no siempre tienen como objetivo inmediato el futuro bienestar social.
- “Establecimiento de un nuevo pacto social, un New Deal”. Quizás sea éste uno de los aspectos más importantes a considerar en la búsqueda de un espacio en el que sea una realidad “vivir juntos”.

Sin ánimo crítico en relación a la idoneidad de la propuesta de Stiglitz, parece oportuno formular la pregunta siguiente: estas nuevas medidas ¿pueden ser las mismas cuando existe un núcleo que cuando existen varios de ellos?. E incluso: ¿son suficientes unas únicas normas, aún con su necesaria flexibilidad, en el supuesto de la existencia de varios núcleos (evidentemente con distintos halos) o es necesario establecer un grupo de normas distintas para cada núcleo?

En los cenáculos internacionales donde se inspiran o gestan las normas que luego regulan, de un modo u otro, la actividad ciudadana de la U.E., está tomando carta de naturaleza la preocupación por la idoneidad o incidencias no deseadas de unas únicas normas para distintos núcleos dentro de la U.E.

En efecto, cada vez se hace más patente que las consecuencias derivadas de unas únicas normas resultan distintas y a veces contrapuestas, según el núcleo considerado, como consecuencia de las importantes diferencias que existen entre los Estados que pertenecen a núcleos distintos. Y ello, tanto desde el punto de vista económico como espiritual o de valores históricos, por citar solamente los que nos han servido hasta ahora de ejemplo como aspectos más relevantes.

Llegados a este punto creemos innecesario insistir de manera explícita cuanto se deduce de nuestros razonamientos: la o las posibles respuestas al planteamiento realizado dependen de los aspectos que se consideren como elementos definidores de los espacios en el proceso de obtención de los núcleos.

Hechas estas reflexiones, cuyo objetivo es abrir un espacio de diálogo en el que sea posible un amplio abanico de aportaciones, creemos útil señalar que pueden incidir en la esperada respuesta al tema planteado otras consideraciones no menos importantes que las anteriormente expuestas.

Desde el ámbito formal, cabe preguntarse si es posible crear una estructura teórica suficientemente general y metodológicamente correcta, capaz de proporcionar un modelo que permita una buena solución al planteamiento de vivir en común dentro de cada uno de los núcleos obtenidos.

Creemos que dado el alto nivel de complejidad e incertidumbre de las informaciones relativas al futuro, no parece inadecuado acercarnos hasta el campo de estudio de las lógicas multivalentes con la esperanza de hallar, bajo su amparo, el instrumental analítico susceptible de representar primero y desarrollar, después, los esquemas necesarios para emprender un camino que conduzca a unos resultados científicamente aceptables.

Establecimiento de elementos básicos para la formación de “núcleos”

El proceso que vamos a seguir para la formación de núcleos, se sustenta desde un punto de vista formal en el principio de simultaneidad gradual² y desde una perspectiva material en el conocimiento de los aspectos configuradores de los espacios.

² Se formula este principio en los siguientes términos: “Toda proposición puede a la vez ser verdadera y falsa a condición de asignar un grado a su verdad y un grado a su falsedad”.

Definido el primero y establecidos los segundos, se procede a la obtención de una valuación al amparo del principio de simultaneidad gradual, que exprese numéricamente el grado o nivel poseído de verdad (y por tanto también el nivel de falsedad) para cada uno de los *aspectos definidores* de la identidad (el nivel económico, por ejemplo).

Como es habitual en estos planteamientos, se recurre (y así lo haremos nosotros) al “sistema endecadario” y, concretamente, a los once valores que van desde cero hasta uno considerando tanto el cero como el uno. Estos valores se asignan de manera objetiva o, si ello no es posible, subjetiva, dando valores más cercanos a la unidad (y, por tanto más alejados de cero) cuando la verdad, o la sensación de la verdad, se aproxima más a lo que creemos la realidad de la proposición, y por tanto, se aleja más de la no realidad.

La asignación numérica subjetiva se halla presente, cada vez más en los estudios económicos, por la necesidad de acercarse a la estimación, como hemos dicho, de hechos o fenómenos futuros en un contexto económico cargado de un alto grado de mutabilidad e incertidumbre. En el ámbito financiero se cumple cada vez con más frecuencia aquella distinción entre “pretium” y “emolumentum” tan repetida en el clasicismo: “pretium ex re ipsa aestimatur omnibusque idem est, emolumentum ex conditione personae”

En este proceso, se establece que para cada uno de los elementos definidores de la identidad, los valores expresados mediante el número comprendido entre cero y uno, representarán el grado o nivel de cumplimiento, para cada espacio, de todos los *aspectos identitarios* establecidos. La reunión de estos valores entre cero y uno, relativos a cada aspecto definidor de la identidad, permite conocer (aún, como hemos dicho, con una cierta subjetividad en muchos casos) las características y naturaleza de cada espacio incluido en un núcleo.

En definitiva se ha conseguido con este planteamiento un descriptor numérico para todos los espacios que forman un núcleo. Se hace lo

mismo para todos y cada uno de los espacios que forman la U.E. Un espacio puede o no coincidir con un Estado, ser parte de él, o agrupar varios de ellos.

La siguiente y última fase del proceso que proponemos consiste en la comparación de los descriptores de cada uno de los espacios con objeto de formar núcleos³, siempre a partir de un grado o nivel de homogeneidad que previamente se establezca, necesario para aceptar que forman parte de un mismo núcleo. Se trata, como no podría ser de otra manera, del resultado de decisiones previas impregnadas, volvámoslo a repetir, de un cierto nivel de subjetividad, tanto como consecuencia del nivel de homogeneidad elegido como por la asignación numérica del grado o nivel poseído por cada espacio de los aspectos definidores de identidad.

Desde una perspectiva técnica queda únicamente la importante tarea de buscar aquel algoritmo que se considere más adecuado para la obtención de una adecuada agrupación constitutiva, a justa razón, de un núcleo.

Caminos posibles que seguir para la formación de núcleos

Ante un planteamiento de esta naturaleza, no puede extrañar que haya sido, para nosotros, objeto de especial atención la búsqueda de un modelo o algoritmo capaz de establecer la agrupación homogénea de espacios para formar núcleos, intentado recoger en cada núcleo el mayor número posible de espacios, compatible con las exigencias de nivel para cada aspecto previamente establecidas.

A este respecto, han merecido nuestra atención dos algoritmos:

- a) El primero de ellos consiste en obtener la diferencia de nivel poseído de cada aspecto identitario comparando los espacios dos a dos.

³ Gil Aluja, J.: *Elements for a Theory of Decision in Uncertainty*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, Boston, Londres, 1999, pág. 183-263.

Se agrupan, luego, las diferencias obtenidas en una única valoración buscando que las distancias sean las más reducidas posible.

Se construye con las valuaciones obtenidas una matriz de semejanzas que es cuadrada, simétrica y reflexiva. El tratamiento de la complementaria, matriz de semejanzas, es de todos conocido.

Aparece un inconveniente actuar así. Se trata de la pérdida, desde el inicio, tanto de la información sobre los aspectos identitarios que causan la separación de espacios como el grado o nivel de la diferencia existente para cada aspecto identitario en las distintas agrupaciones obtenidas.

Creemos que estos inconvenientes son suficientes para buscar una alternativa más adecuada para el objetivo buscado. Nos atrevemos a sugerir, a este respecto, un segundo camino que describimos a continuación

- b) El segundo camino tiene también como punto de partida los mismos descriptores de los espacios que en el anterior. Pero ahora no se recurre a las distancias si no que se reúnen estos descriptores numéricos de los espacios sin realizar operación complementaria alguna.

Se construye con estos descriptores numéricos un cuadro, normalmente rectangular, en donde como filas se colocan los niveles poseídos entre cero y uno de los aspectos identitarios de cada espacio. Resultará, evidentemente, una matriz rectangular.

El tratamiento de esta matriz para conseguir los fines deseados será, entonces, distinto del camino anterior. La ventaja es que con él se consigue conservar toda la información concerniente a aquellos aspectos identitarios que permiten, a través de los espacios, formar uno o varios núcleos.

Los posibles núcleos pueden ser expresados visualmente mediante una representación gráfica, donde quedan individualizados todos los posibles núcleos mediante un retículo. Aparece así, una estructura en la que al transitar de uno a otro vértice se pasa de menos espacios comunes que forman un núcleo y más aspectos identitarios comunes, a más espacios y menos aspectos identitarios, también comunes.

A nuestro entender este segundo camino posee evidentes ventajas sobre el primero. Entre ellas destaca una mejor información. Esta cuestión resulta muy importante cuando, a lo largo del tiempo se producen cambios en uno o varios espacios. Tampoco es de desdeñar el hecho de poder presentar los resultados perfectamente estructurados visualmente en vías a adoptar posibles decisiones futuras, no pocas veces con exigencias de extrema rapidez.

Con la presentación de este trabajo no pretendemos dar una solución definitiva a la formación de núcleos de convivencia. Nuestro objetivo, insistimos, es abrir una puerta en el ámbito científico par dar respuestas a planteamientos con alto contenido político y baja reflexión académica.

ESTUDIO

I. VIVIR JUNTOS: CONSTRUIR LA CIUDAD

JOAN-FRANCESC PONT CLEMENTE

- 1.- La tolerancia parecía una virtud extendida y generalmente aceptada hasta que los acontecimientos de París a principios y a finales de 2015 (y los que le siguieron en muy diversos lugares del mundo) convirtieron en necesario volver a imprimir cientos de miles de ejemplares del “Tratado de la Tolerancia” de Voltaire. O releer la “Carta sobre la Tolerancia” de Locke. En definitiva, ciertos actos violentos y atroces que han segado la vida de algunas personas en Europa, muy cerca, por tanto, de nuestro lugar de residencia, nos han llegado al corazón por su proximidad y por su crueldad. Las muertes más lejanas también nos han golpeado, pero con esa especie de injusta e inexplicable anestesia de la distancia. Ha sido un toque de atención porque, en realidad, la violencia de los unos contra los otros es una realidad cotidiana que deseamos no percibir. Pero existe, queramos saberlo o no, y, como hombres y mujeres de buena voluntad, nos interpela y nos obliga no sólo a rechazar la violencia sino a buscar las raíces de las que nace y a investigar las vías que nos deberían un día llevar a alcanzar el ideal de “vivir juntos”.

- 2.- La paz ha sido históricamente un mero descanso entre dos guerras. Los príncipes sólo dejaban de pelear entre ellos cuando habían sometido al enemigo o cuando no tenían fuerzas para continuar la lucha. La paz era una anomalía y la guerra, una forma de vida. Como máximo, la paz era el resultado de la fuerza exorbitante de un imperio. Sólo desde Immanuel Kant existe una filosofía de la paz y, a pesar del sufrimiento emanado de la Gran Guerra, sólo desde el final de la II Guerra Mundial, la paz se convierte en un objetivo en sí mismo e impregna los cimientos sobre los que el Tratado de Roma inicia el largo camino de construcción de la Unión Europea. La paz desde 1945 se busca desde la construcción compartida de una *Ciudad* para todos.

A pesar de ello, subsiste hasta hoy la denominación de “pacifistas” relativa a las personas que sitúan la paz como el primero de los valores humanos. La paz no es algo que hayamos adquirido definitivamente. El propio solar europeo ha vivido recientemente episodios de guerra en Ucrania y está muy vivo el recuerdo de la destrucción de la antigua Yugoslavia y de una guerra movida por el odio, una vez más, de los unos contra los otros. La guerra, una guerra en la que no somos inocentes, se nos aparece hoy con toda crudeza, cuando los refugiados de esta guerra tratan de escalar los muros de nuestra fortaleza. La guerra es todavía una realidad en muchos lugares del planeta y las amenazas de nuevas guerras se hallan latentes en la política de las naciones.

No, en el mundo de este siglo XXI, no podemos decir que “vivir juntos” sea una realidad. Los seres humanos sólo viven juntos encerrados en su tribu, en su barrio o en su nación, y aun con dificultades, cuyo análisis realizaremos más adelante. “Vivir juntos” no es compartir más o menos un espacio ni respetar unas fronteras, ni cerrar los ojos a lo que ocurre fuera del corto alcance de nuestra cotidianeidad. “Vivir juntos” es compartir una misma noción universal de humanidad y contribuir a la creación de una conciencia social también universal sobre la que pueda existir un espacio político común referido a la declaración universal de derechos humanos, un espacio en el que se imponga una jurisdicción efectiva de tutela y de protección.

La paz asociada a “vivir juntos” sólo puede nacer de la cultura de los derechos humanos.

- 3.- Si ni siquiera hemos conseguido alcanzar una paz duradera, si seguimos matándonos entre nosotros bajo las excusas de la bandera, de las religiones, de los intereses o de los límites territoriales, ¿cómo vamos a dar un paso cualitativamente más difícil? ¿cómo vamos a “vivir juntos” con nuestro vecino si aceptamos con naturalidad que las guerras y el hambre siegan cada día innumerables vidas humanas? La laxitud hacia la pervivencia

del odio en tierras lejanas nos permite mantener el odio, más o menos intenso, más o menos explícito, hacia quienes a nuestro alrededor consideramos distintos.

De este modo, hemos sido capaces de concebir “vivir juntos” siempre y cuando sea “entre nosotros”, segregando “al otro”, aunque la “frontera” sea sólo una calle o el límite de un barrio. Vivir juntos pero no encontrarnos nunca, vendría a ser la idea. Ésta es la propuesta de multiculturalismo: que cada uno se refugie en su comunidad y que unas comunidades sean invisibles para las otras. Que cada oveja siga a su pastor de tal manera que cada persona pertenezca en realidad a su rebaño, sin poder salir de él, ni desarrollar libremente su personalidad. El individuo pierde sus derechos en favor de su grupo, que le posee y le guía.

El comunitarismo no es sólo la sumisión al entorno en el que se quiere encerrar a la persona (aparentemente libre en el grupo siempre que no pretenda salir de él), sino que es también el refugio en el que se busca acomodo cuando se tiene miedo o se sufre por la miseria o por la crisis o cuando se tiene frío y el único consuelo se halla en el retorno a la tribu. Este regreso a un mundo pequeño y cerrado es hoy una tentación para muchas personas que buscan en el nacionalismo o en la religión fundamentalista o en los gurús tramposos de los que hablaba Alan Watts el descanso en la negación del pensamiento, de la alienación de la autonomía moral y del reforzamiento aparente de su identidad en el combate contra las otras identidades.

4.- Contrariamente al terrible “vivir separados” del comunitarismo, por mucho que quiera disfrazarse de un falso “vivir juntos”, entendemos que los seres humanos han de aproximarse mediante el conocimiento y el amor. Ha de reconocerse en este sentido que el *Programa Erasmus* de la Unión Europea para el intercambio de estudiantes ha sido y es una de las grandes contribuciones al conocimiento y al amor entre los jóvenes ciudadanos europeos,

cuyos efectos son ya irreversibles. Las políticas públicas actuales de conocimiento y reconocimiento entre los ciudadanos de la Unión merecen la continuidad y el impulso, así como el apoyo de la sociedad y de los gobiernos.

El conocimiento permite descubrir cuán relevantes son los elementos que determinan la igualdad y la dignidad de los seres humanos, y permite también la reflexión serena sobre la existencia de valores universales compartidos. En cada territorio, “vivir juntos” ha de ser el resultado del equilibrio entre la prevalencia de la unidad en torno a esos valores compartidos y la expresión individual y colectiva de la pluralidad susceptible de enriquecer al conjunto sin menoscabar su unidad. “Vivir juntos” puede así leerse como “aprender juntos”, de tal manera que se produzca un avance intercultural. La interculturalidad es la combinación entre el respeto al Derecho, por tanto, a unas reglas aceptadas por todo, y el descubrimiento de todo lo positivo que hay en las distintas tradiciones.

La tolerancia adquiere en un marco intercultural el significado de hilo conductor de los descubrimientos mutuos hacia una constante asunción colectiva del resultado de destilar aquello que es común en todos los seres humanos como un ideal, el amor a la paz y a la libertad. La tolerancia es un motor que impulsa la transformación de las diferencias en características de una sociedad, que reduce el ámbito de los desacuerdos y que impide a cualquier cosmogonía imponerse sobre las demás.

- 5.- La tolerancia, contra una idea muy extendida, no es laxitud en el cumplimiento de las normas jurídicas ni condena a soportar formas de vida que nos disgustan. La laxitud ante el Derecho es una invitación al retorno a la ley del más fuerte. El disimulo del desagrado ante el que nos parece diferente es una estúpida manifestación de supremacismo y, en realidad, una forma de intolerancia. La tolerancia, es la virtud que hace posible el esta-

blecimiento de los límites en los que se expresa el pluralismo de una sociedad madura.

Los límites mencionados sólo pueden nacer de la cultura de los derechos humanos y no de la pretensión de primacía de una cultura concreta, de una religión o de un modo de vida sobre los demás. Los límites han de hallar sus raíces en la conciencia social, en nuestro caso, de la conciencia social europea, más allá de los antiguos mitos nacionales, y han de ser unos límites concebidos al servicio del efectivo ejercicio de la libertad.

Europa ha de ratificar una vez más su compromiso con los derechos humanos y ser consecuente con los mismos a la hora de establecer los límites caracterizadores de la tolerancia como virtud lubricante de un espacio de libertad.

Es una trampa muy peligrosa la reducción de la cultura de los derechos humanos a la condición de una cosmogonía como las otras (como, por ejemplo, las religiosas). Si bien es cierto que una parte de los derechos humanos halla su origen en lo mejor de algunas doctrinas asociadas a creencias, no es menos cierto que todas las religiones han debido (o deberán) sufrir un recorte de su ámbito de influencia, para hacer posible la autonomía política de la *Ciudad*. Así lo han hecho la mayor parte de constituciones políticas aprobadas desde el siglo XIX y así ha de hacerlo la Unión Europea, heredera del constitucionalismo nacional de sus Estados miembros, definida hoy, bellamente, como un espacio de libertad, seguridad y justicia.

La justicia es la que nos obliga hoy, en el marco de nuestra cultura de los derechos humanos, a ejercer como tierra de asilo.

- 6.- Nuestra propuesta para “vivir juntos” implica distinguir entre el “núcleo” y el “halo” de un mundo organizado alrededor del concepto de ciudadanía.

El “núcleo” está constituido por los valores y por los principios que conforman el modo de organización de la convivencia generalmente aceptado y que es fruto de una Historia que nace en la esclavitud y el vasallaje y pretende hacer posible para todos la emancipación. La emancipación como liberación de cualquier tipo de cadenas materiales o filosóficas, como acceso a la educación, a la sanidad y a unas condiciones de vida dignas, como respeto, en fin, de la libertad de conciencia.

La Unión Europea que avanza, aunque lentamente, hacia la construcción de una *república europea*, halla sus raíces en la Ilustración, en las revoluciones del siglo XIX, en la definición del Estado como social en el XX y en el reto de promover la fraternidad federal en el XXI. En la dirección propuesta, que halla notables exponentes entre los pensadores más ilustres, la determinación jurídica de los valores compartidos que iluminan nuestro sistema político y la vigencia de los principios vertebradores del mismo deben hallar reflejo permanente en la Constitución Europea.

Un “núcleo” fuerte de valores y de principios –entre los que destaca el principio de laicidad como fruto de la virtud de la tolerancia- permite la existencia pacífica y enriquecedora de un “halo” en el que, con respeto a los principios, se desarrollen libremente las distintas opciones y formas de vida.

Las relaciones ente el “núcleo” y el “halo” se basan en una mutabilidad muy limitada del “núcleo” y en una sujeción del “halo”, en cualquiera de sus manifestaciones polimórficas, al contenido del “núcleo”.

Concebidas así las cosas, resalta con claridad que el pluralismo del “halo” es un elemento positivo que contribuye mediante la aportación de los valores universales que nazcan de él a la definición de un “núcleo” fuerte y estable, motor de cohesión social y garante del ejercicio de los derechos individuales y sociales inalienables. El papel de la Unión Europea en la definición, difusión y protección del “núcleo” es insustituible.

La tolerancia, conviene repetirlo, es el engrase de los mecanismos de relación entre las opciones y formas de vida plurales del “halo” y la unidad del “núcleo”.

No parece necesario advertir que nuestro modelo de convivencia descrito por la tensión creativa entre el “halo” y el “núcleo”, aunque no exenta de eventuales conflictos, constituye una respuesta compleja a un problema complejo. En este sentido, entendemos que una política europea para el siglo XXI ha de aceptar el reto de la gestión de la complejidad. Del mismo modo, situamos como adversarios de nuestro modelo a quienes preconizan proyectos simples y simplificadores, a menudo expresión de una más o menos explícita voluntad hegemónica.

Nosotros únicamente otorgamos la primacía a la cultura de los derechos humanos.

7.- El gran esfuerzo de una sociedad para llegar a ser una sociedad buena es ser capaz de dar vida a una verdadera *escuela de formación de ciudadanos*: en ella, desde los niños hasta los adultos, sin límite de edad, deben aprender a ejercer el derecho de sufragio, a exponer sus ideas mediante discursos medidos bajo el deseo de que convezan sin herir, a respetar las diferencias y a aprender de ellas, a actuar conforme a sus ideas en un marco constitucional sometido a la Ley de la mayoría y no a la imposición del príncipe, a reconocer la dignidad de la mujer en la vida privada y en la vida pública y a rechazar cualquier ideología que no respete al ser humano libre como eje sagrado de la construcción de la vida colectiva.

Reconocemos como inalienable el derecho de cualquier recién nacido a ser igual a sus semejantes, a recibir una educación que le evite la esclavitud a su herencia y le haga capaz, por el contrario, de valorarla en lo que significa para compartir su legado particular con el general de

una sociedad, no me importa repetirlo, *buena* que aspira a dar a cada uno su propia oportunidad, a cada uno lo suyo.

Asumimos la obligación de difundir la verdad por todos los ámbitos de la Tierra, desde el convencimiento de que la Historia de la Humanidad puede resumirse en que cada generación que ha suplicado una *gracia* ha sido substituida por otra que ha concebido la conquista de la anterior aspiración como un *derecho*. El medio para promover el progreso, bien descrito por esta última afirmación, es *la educación de las masas* que en un tiempo se incardinó en el *Templo de lo Absoluto*, mediante el control clerical, y que deseamos que se ubique en el *Templo de la Razón*. El primer paso fue dado con la Reforma de Lutero y el principio del libre examen. El segundo ha de ser la educación en la libertad y desde la libertad, suprimiendo las cortapisas que impidieron, han impedido o podrían impedir que los ciudadanos enseñen lo que conocen y lo compartan con los demás.

La sociedad política que deseamos no nace, sino que se hace, originariamente, en el enfrentamiento con el enemigo exterior, desde luego, pero con la animadversión del enemigo interior. La nación es un combate, pero la plenitud de la nación, como defendió Garibaldi desde sus convicciones humanistas, es la paz. No la victoria, la paz. La paz kantiana, permanente e irrenunciable. El *foedus pacificus*. La Federación.

La nación se hace mediante la educación que es, a la vez, un derecho y un deber, porque el acceso a la ciudadanía no es ni eludible ni renunciabile. La educación es un deber republicano. Nos hace iguales para que todos tengamos la oportunidad de ser libres. No hay libertad sin igualdad, no hay igualdad sin educación. No hay educación si existen adoctrinamiento, segregación, odio o miedo. La educación como deber *republicano* es la única vía para la emancipación y ésta es el cauce para hacer posibles las oportunidades de cada persona conforme a su mérito y a su capacidad. La educación emancipadora sólo puede ser laica, es

decir, ni acomodada a una cosmovisión determinada ni, todavía menos, estúpidamente neutral. La neutralidad, como decía Jean Jaurès, es la nada. La educación toma partido, es beligerante en la causa de los derechos humanos concebidos como la única cultura universal y como la atmósfera acogedora de las diferencias capaces de convivir entre sí.

No compartimos la pretendida supremacía de una nación, ni la idolatría del dinero, ni la cultura reducida a espectáculo ni la glorificación de la violencia. El ideal de libertad individual y de tolerancia que nos caracteriza nos protege de cualquier deriva totalitaria, ideológica o política, de mala o de buena reputación.

Tras la caída del muro de Berlín, hoy otros muros crecen por doquier y tras ellos sólo hay muerte y desolación. Todos los días el derecho a la existencia les es negado a las víctimas del Estado Islámico que asesina a las personas bajo la excusa de su no adhesión al credo que ellos preconizan. Parece que la Historia se vengue así de Carlomagno y de Isabel y Fernando y de cuantos reyes e inquisidores cristianos hicieron lo propio no hace tantos siglos. Ningún ciudadano del mundo nos es ajeno, y preservamos su vida con independencia de cuál sea su religión o sus convicciones. Pero no nos quedaremos quietos, sino que recurriremos incluso a la fuerza, la fuerza ejercida desde y en el Derecho, para garantizar la vida, la existencia, de todos.

Vamos al encuentro del otro con el ánimo de compartir con él sus principios que se resumen en diluir la dicotomía nosotros/ellos, los unos y los otros, la gran tentación que nos mantiene salvajes, para avanzar hacia un *nosotros* transfronterizo, interreligioso, universal y solidario.

8.- El humanismo nos impele a superar cualquier barrera de separación entre los unos y los otros en pos de un *nosotros* inclusivo, diríase en términos de la ciencia política, *republicano*. Desde el humanismo no se renuncia a ninguno de los objetivos que serían

susceptibles de colmar las ansias de bienestar del ser humano, pero sí que se renuncia a alcanzar los fines propuestos a costa de que unos se impongan sobre otros, mucho menos de que unos exterminen a los otros. Respeto por las ideas, por muy diversas que sean, pero respeto, sobre todo, a las personas.

La superación de las divisiones es la *Ciudad* y ello significa que la aspiración del presente no puede ser otra que la de tratar de unir a las naciones en lugar de enfrentarlas. El futuro debería ir hacia el horizonte de una federación mundial, cifrada en el reconocimiento pleno de la dignidad de cada persona. La superación de la tribu estriba en la desaparición de las fronteras y en la extensión universal del concepto de *ciudadanía*.

Los unos contra los otros. Errores fatales. Todas las calificaciones o descalificaciones globales de grupos humanos (étnicos, raciales, nacionales, lingüísticos, religiosos, sexuales) son esencialmente injustas, como semilla del odio y como pórtico del enfrentamiento.

El miedo, el arma que esgrimen los *unos* contra los *otros*, genera sumisión siempre, ante el gobierno o ante el vecino, ante el padre o el clérigo, ante el fascismo y el estalinismo, ante los “ojos y oídos de la revolución” o ante el guardián de las esencias, ante el unanimismo que impone una concepción, una religión o una idea como única, desechando como inadmisibles a las demás. El miedo paraliza y, en ocasiones, impulsa hacia la locura colectiva. La libertad no existe sin respeto, la igualdad es imposible sin una desigualdad solidaria, la justicia es incompatible con la laxitud y con el linchamiento, el pluralismo se muere si sólo se conlleva la diferencia en lugar de obtener provecho de ella.

El miedo puede desaparecer, únicamente, cuando la vida se entrelaza con la laicidad concebida como la estructura espiritual de la Ciudad. La laicidad, que es el combate con las armas de la razón, de la persuasión y del buen ejemplo, se manifiesta como un principio organizador

de la pluralidad y de la tolerancia en una sociedad que ha alcanzado su mayoría de edad y que no interfiere, de entrada, con el contenido sustantivo de las religiones o de las ideologías.

El principio de laicidad no es una peculiaridad francesa o europea, sino la emanación de una tensión emancipadora nacida de la cultura de los derechos humanos ¡cómo se resisten las religiones a aceptar la vigencia universal de los derechos humanos! Y con ellas, todas las opciones ideológicas y todas las formas absolutistas y dogmáticas de poder. Las excusas para limitar la vigencia del principio de laicidad esconden siempre la pretensión de imponer el propio credo (religioso, ateo, político, económico) sobre el libre ejercicio del pensamiento.

Y los ciudadanos, ¿para qué quieren pensar si otros, más sabios, más inspirados, más doctos o más osados en su ignorancia y en su estupidez, ya piensan por ellos? No hay suficientes ovejas para tantos candidatos a pastor. En realidad, ¿para qué quiere nadie ser ciudadano si puede ser fiel o súbdito o cliente o consumidor o anónimo levantador de manos en una asamblea? *O hooligan* de cualquier nacionalidad que cierra los ojos ante las consecuencias, a veces mortales, de la violencia que contribuye a alimentar. La tradición evangélica, que evoca al *buen pastor*, como aquél que es capaz de mostrar amor por sus semejantes, rechaza a la pléyade de falsos pastores, aspirantes a tiranos, sumos sacerdotes, y demás mentecatos con vocación de vivir a costa de los demás. La *república laica* es el único espacio de igualdad ciudadana en la dignidad en el que pueden florecer todas las potencialidades del corazón humano.

Los ciudadanos, sin embargo, expresan de forma creciente su *indignación* ante el deterioro de sus condiciones de vida, el desmantelamiento de las políticas sociales, el prestigio cuestionado de electos y gobernantes y la corrupción que parece haber impregnado a todos los niveles el gobierno y la administración de lo público. La expresión de esta *indignación* es, en sí misma, un motor de cambio y de progreso,

aunque no siempre los argumentos utilizados resulten técnicamente correctos o jurídicamente factibles. La Ciencia es, por su propia naturaleza, especialmente sensible a la defensa de las políticas de igualdad y a las quejas expresadas en sede parlamentaria o mediante explosiones de indignación. Por nuestra parte, nosotros queremos ir *más allá* de la indignación para comprometernos con la recuperación de los principios básicos de una sociedad democrática. Pueden aceptar, desde luego una u otra solución concreta y contingente, pero no pueden transigir con la recuperación del prestigio de lo público.

II.- VIVIR JUNTOS: LA FORMACIÓN DE NÚCLEOS A PARTIR DE LA NOCIÓN DE AFINIDAD

JAIME GIL ALUJA

1.- Elementos básicos para la formación de núcleos mediante afinidades

Hemos señalado en no pocas ocasiones la importancia de la información en el proceso de adopción de decisiones. No constituyen una excepción aquellas que son necesarias adoptar cuando se tiene como objetivo la formación de núcleos de espacios que reúnan las condiciones necesarias para que sea una realidad “vivir juntos”.

Conocemos un proceso de éxito asentado en el algoritmo de Pichat que lleva a un excelente resultado de las agrupaciones que forman los núcleos. Sin embargo se han detectado ciertos inconvenientes, que provienen de la pérdida de algunas informaciones iniciales, que resultarían valiosas en el proceso decisional.

Es por ello que hemos emprendido la tarea de buscar otro camino, capaz de hallar una formación de núcleos, manteniendo hasta el final del proceso las informaciones iniciales disponibles. Para ello se ha recurrido al concepto de afinidad.

La palabra “afinidad” en el sentido que estamos proponiendo surge por vez primera en un trabajo que Kaufmann y Gil Aluja presentaron en el IX Congreso Europeo de Investigación Operativa, trabajo que constituyó el origen de la llamada “Teoría de afinidades”¹.

Se consideran afines a nuestros efectos aquellos espacios que forman un grupo homogéneo a un determinado nivel en relación con los aspectos identitarios, estructurados ordenadamente según el número de estos aspectos comunes que las agrupaciones, núcleos, poseen.

¹ Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: *Selection of affinities by means of fuzzy relations and Galois lattices*. Actas del Euro IX Congress O. R., Aachen 16-19, julio 1991.

Desearíamos destacar de este concepto de afinidad algunos elementos que pueden adquirir un alto interés para la configuración de uno o varios núcleos.

1. Cada espacio es representado por un subconjunto borroso cuyo referencial está formado por todos y cada uno de los aspectos identitarios.
2. El número de espacios que se agrupan para formar un núcleo dependerá, en gran medida, del nivel fijado en los aspectos identitarios como umbral para la homogeneidad.
3. Se desean obtener unos resultados cuyo conjunto forme una estructura ordenada. Cumple este requisito el retículo de Galois. En efecto, cuando en este retículo se realiza un desplazamiento vertical se va pasando a nuevas agrupaciones con menos espacios pero más aspectos identitarios.

Todo cuanto acabamos de señalar es susceptible de ser expresado y desarrollado formalmente con la ayuda de la matemática de la borrosidad.

Iniciamos el proceso, como se hace con el algoritmo de Pichat, para hallar subrelaciones máximas de similitud, a partir del conocimiento de aquellos subconjuntos borrosos que representan cada uno de los espacios que forman U.E.. Para generalizar al máximo nuestro esquema hemos supuesto, la existencia de m espacios T_j , $j= 1,2,\dots, m$ definidos a través de sus n aspectos (nivel económico, grado de espiritualidad y grado de seguimiento de los valores históricos...) que forman otro conjunto A_i , $i= 1,2,\dots,n$. Se tienen entonces los conjuntos referenciales

$$E_1 = \{ T_j / j= 1,2, \dots, m \}$$

$$E_2 = \{ A_i / i= 1,2 \dots, n \}$$

Y los correspondientes subconjuntos borrosos:

$$T_j = \begin{array}{cccc} & A_1 & A_2 & A_3 & & A_n \\ \sim & \mu_1^{(j)} & \mu_2^{(j)} & \mu_3^{(j)} & \dots\dots\dots & \mu_n^{(j)} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 \leq \mu_i^{(j)} \leq 1 \\ j = 1, 2, \dots, m \\ i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Estos subconjuntos borrosos se pueden reunir formando la siguiente relación borrosa $[R]_{\sim}$

$$[R]_{\sim} = \begin{array}{cccc} & A_1 & A_2 & A_3 & & A_n \\ T_1 & \mu_1^{(1)} & \mu_2^{(1)} & \mu_3^{(1)} & \dots\dots\dots & \mu_n^{(1)} \\ T_2 & \mu_1^{(2)} & \mu_2^{(2)} & \mu_3^{(2)} & \dots\dots\dots & \mu_n^{(2)} \\ & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ T_m & \mu_1^{(m)} & \mu_2^{(m)} & \mu_3^{(m)} & \dots\dots\dots & \mu_n^{(m)} \end{array}$$

En donde, como hemos señalado:

$$\begin{aligned} 0 \leq \mu_i^{(j)} \leq 1 \\ j = 1, 2, \dots, m \\ i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Nos encontramos, ahora, en aquel momento en el que es necesario decidir si se establece un sólo umbral a partir del cual se considera la existencia de homogeneidad para todos los aspectos definidores de la identidad, o bien se considera un umbral para cada uno de ellos. A efectos de una mayor generalidad decidimos utilizar, aquí, la primera de estas alternativas, es decir, un umbral θ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ para cada aspecto identitario.

- 2) Construcción del “power set”, conjunto de todas las partes del conjunto escogido, es decir $\pi(E_1)$, si fuera E_1 el escogido.
- 3) A partir de la matriz booleana $[B]$ se obtiene su “conexión a la derecha”, B^+ , es decir que a todo elemento del “power set” $G \in \pi(E_1)$, su conexión a la derecha $B^+ G$, recogerá los sucesores de todos los elementos que pertenecen a G .
- 4) Se escoge para todo subconjunto no vacío de $B^+ G$ el correspondiente de G que posee el mayor número de elementos.
- 5) Las relaciones obtenidas forman un retículo de Galois, el cual presenta una perfecta estructuración de todas las afinidades posibles.

Evidentemente existen otros algoritmos capaces de proporcionar el resultado buscado.

En algunas ocasiones se ha utilizado el que bautizamos con el nombre de “algoritmo de las submatrices completas máximas”³.

En esta ocasión vamos a servirnos del algoritmo de la correspondencia inversa máxima descrito para agrupar los distintos espacios que forman uno o varios núcleos, partiendo, de nuevo, de una noción amplia de la palabra “espacio”, que en el caso de un estudio sobre la U.E. puede agrupar uno o varios Estados. Y ello con objeto de simplificar al máximo la presentación de este trabajo.

A efectos de una posible comparación entre este algoritmo y el utilizado para hallar las subrelaciones máximas de similitud se han considerado los mismos subconjuntos borrosos descriptores de cada uno de los espacios. Recordémoslos, son los siguientes:

³ Gil Aluja, J.: *Op. cit.* pág. 218.

ESTUDIO

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
$T_{1=}$ \sim	0.9	0.6	0.4	0.7

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
$T_{2=}$ \sim	0.7	0.7	0.6	0.5

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
$T_{3=}$ \sim	0.5	0.7	0.6	0.6

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
$T_{4=}$ \sim	0.6	0.8	0.7	0.5

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
$T_{5=}$ \sim	0.8	0.7	0.7	0.5

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
$T_{6=}$ \sim	0.5	0.8	0.7	0.6

Estos subconjuntos borrosos permiten presentar la siguiente matriz borrosa:

$$[R] = \begin{array}{c} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{array} \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0.9 & 0.6 & 0.4 & 0.7 \\ \hline 0.7 & 0.7 & 0.6 & 0.5 \\ \hline 0.5 & 0.7 & 0.6 & 0.6 \\ \hline 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.5 \\ \hline 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.5 \\ \hline 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.6 \\ \hline \end{array}$$

Para cada uno de los elementos de E_2 , es decir, para cada uno de los aspectos configuradores de la identidad de los espacios A_i , $i= 1,2,3,4$ se establecen los niveles θ_i a partir de los cuales se considera que existe homogeneidad para formar un núcleo o uno de los núcleos. He aquí, otro de los elementos que pueden ejercer un importante papel en el resultado de este estudio. La subjetividad emerge, una vez más, adoptando una posición a considerar.

Hecha esta observación, vamos a establecer numéricamente los citados niveles θ_i , $i= 1,2,3,4$. Son los siguientes:

$$\theta_1 = 0.7 \quad \theta_2 = 0.6 \quad \theta_3 = 0.6 \quad \theta_4 = 0.6$$

ESTUDIO

Con estos umbrales la anterior matriz borrosa se convierte en la siguiente matriz booleana [B]:

	A_1	A_2	A_3	A_4
T_1	1	1		1
T_2	1	1	1	
$[B]= T_3$		1	1	1
T_4		1	1	1
T_5	1	1	1	
T_6		1	1	1

A partir de esta matriz [B] se inicia el algoritmo, de conformidad con las fases señaladas:

- 1) Se elige el conjunto con menor número de elementos:

$$E_2 = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$$

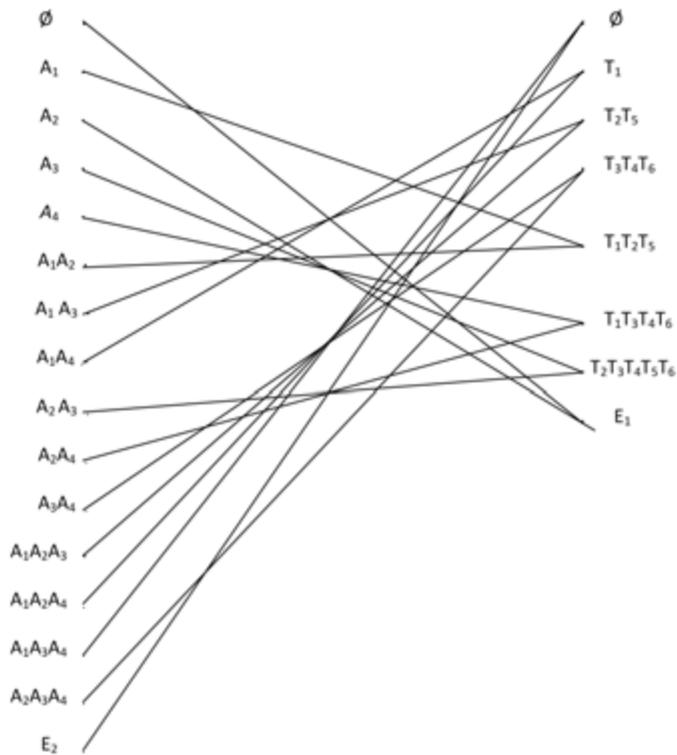
- 2) Se construye el “power set” $\pi(E_2)$:

$$\pi(E_2) = \{\emptyset, A_1, A_2, A_3, A_4, A_1A_2, A_1A_3, A_1A_4, A_2A_3, A_2A_4, A_3A_4, A_1A_2A_3, A_1A_2A_4, A_1A_3A_4, A_2A_3A_4, A_1A_2A_3A_4\}$$

- 3) Se obtiene a partir de la matriz booleana [B] la “conexión a la derecha” B^+ :

\emptyset	$\cdot E_1$	A_2A_3	$\cdot T_2T_3T_4T_5T_6$
A_1	$\cdot T_1 T_2 T_5$	A_2A_4	$\cdot T_1T_3T_4T_6$
A_2	$\cdot E_1$	A_3A_4	$\cdot T_3T_4T_6$
A_3	$\cdot T_2 T_3 T_4 T_5 T_6$	$A_1A_2A_3$	$\cdot T_2T_5$
A_4	$\cdot T_1 T_3 T_4 T_6$	$A_1A_2A_4$	$\cdot T_1$
$A_1 A_2$	$\cdot T_1 T_2 T_5$	$A_1A_3A_4$	$\cdot \emptyset$
$A_1 A_3$	$\cdot T_2 T_5$	$A_2A_3A_4$	$\cdot T_3T_4T_6$
A_1A_4	$\cdot T_1$	E_2	$\cdot \emptyset$

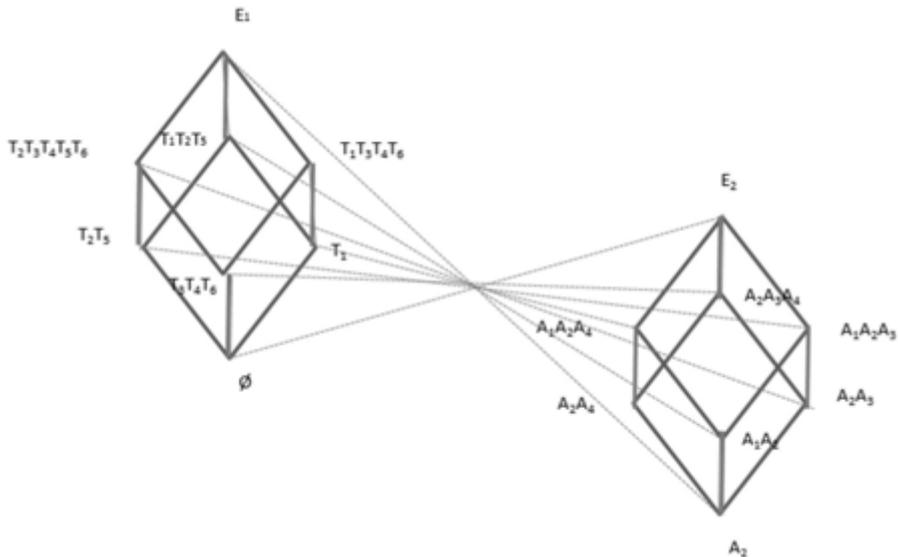
Para una mejor presentación visual nos servimos del siguiente gráfico de correspondencia:

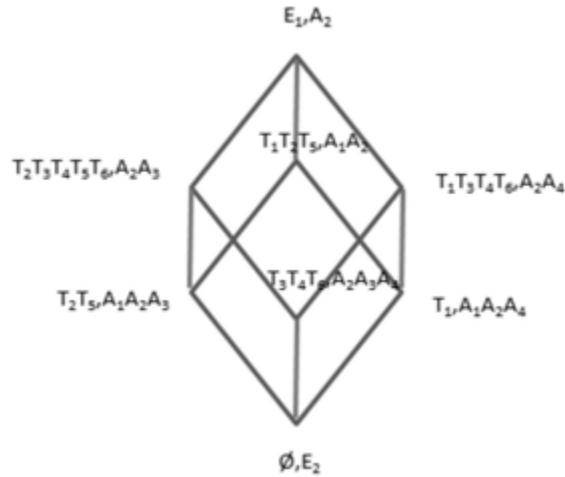


4) Se escoge para cada subconjunto de la columna de la derecha, en la que se representan espacios, aquel de la columna de la izquierda, en la que se hallan los aspectos configuradores de su identidad, que posee mayor número de aspectos identitarios. Se tiene:

$$\begin{aligned} \emptyset &\longrightarrow E_2; T_1 \longrightarrow A_1 A_2 A_4; T_2 T_5 \longrightarrow A_1 A_2 A_3; T_1 T_2 T_5 \longrightarrow A_1 A_2; \\ T_3 T_4 T_6 &\longrightarrow A_2 A_3 A_4; T_1 T_3 T_4 T_6 \longrightarrow A_2 A_4; T_2 T_3 T_4 T_5 T_6 \longrightarrow A_2 A_3; E_1 \longrightarrow A_2 \end{aligned}$$

5) Estas agrupaciones forman sendos retículos isomorfos y duales. Se trata de un retículo de Galois. Presentamos a continuación estos dos retículos y el correspondiente retículo de Galois:





Este retículo de Galois muestra, con toda nitidez, las agrupaciones del mayor número de espacios que poseen los mismos aspectos configuradores de identidad, evidentemente a los niveles mínimos fijados anteriormente. Así, se puede observar que existen 3 agrupaciones de espacios que poseen entre sí los mismos 3 aspectos identitarios. Son:

1. T_2, T_5 (Bélgica, ..., Francia), (Gran Bretaña, Irlanda) formarían una de las europas si se tienen en cuenta únicamente A_1, A_2, A_3 (nivel económico, grado de espiritualidad, importancia de los valores históricos).
2. T_3, T_4, T_6 (Polonia, ..., Lituania), (Italia, ..., Malta), (Rumania, Bulgaria) la formarían si sólo se considera A_2, A_3, A_4 (grado de espiritualidad, importancia de los valores históricos, nivel de envejecimiento de la población).
3. T_1 (Suecia, Finlandia) posee unos aspectos identitarios A_1, A_2, A_4 , (nivel económico, grado de espiritualidad, nivel de envejecimiento de la población) pero no los comparte con ningún otro grupo.

Existen, además, otras tres agrupaciones de espacios que poseen, entre si, los mismos dos aspectos identitarios. Son:

1. $T_2T_3T_4T_5T_6$ (la totalidad de Estados de la U.E. excepto Suecia y Finlandia) que formarían un solo núcleo si únicamente se consideran A_2A_3 (grado de espiritualidad, importancia de los valores históricos).
2. $T_1T_2T_5$ (Suecia, Finlandia), (Bélgica,..., Francia), (Gran Bretaña, Irlanda) formarían uno de los núcleos si sólo se tiene en cuenta A_1A_2 (nivel económico, grado de espiritualidad).
3. $T_1T_3T_4T_6$ (Suecia, Finlandia), (Polonia,..., Lituania), (Portugal,..., Malta), (Rumanía, Bulgaria) formarían uno de los núcleos si únicamente se consideran A_2A_4 (grado de espiritualidad, nivel de envejecimiento de la población).

Finalmente se pone en evidencia que la totalidad de los espacios, $T_1T_2T_3T_4T_5T_6$, poseen en común a los niveles establecidos, únicamente un aspecto identitario A_2 , (grado de espiritualidad) para la existencia de un sólo núcleo.

3.- Sensibilidad del proceso de obtención de núcleos

Nos podemos preguntar, ahora, por la “sensibilidad” del proceso, es decir, como varían las agrupaciones, es decir los núcleos, si se modifican levemente los niveles o grados establecidos para que exista homogeneidad θ_i , $i = 1,2,3,4$.

A título puramente de ejercicio técnico, sólo vamos a variar en nuestro caso el nivel θ_1 , es decir el nivel económico, que lo igualaremos con los demás niveles haciendo $\theta_1 = 0.6$. Nos encontramos, así, en el supuesto de un nivel único para todos los aspectos configuradores de la identidad de espacios A_i , $i = 1,2,3,4$.

Se hace, pues:

$$\theta_1 = 0.6 \quad / \quad i = 1,2,3,4$$

Al escoger un umbral único se halla la siguiente matriz booleana:

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
T ₁	1	1		1
T ₂	1	1	1	
T ₃		1	1	1
T ₄	1	1	1	1
T ₅	1	1	1	
T ₆		1	1	1

Para una mayor brevedad expositiva y con objeto de no repetir en exceso cuando se ha hecho hasta ahora, pasamos al punto tercero del algoritmo. Se halla, entonces, la llamada “conexión a la derecha” B⁺G:

∅.	· E ₁	A ₂ A ₃	· · T ₂ T ₃ T ₄ T ₅ T ₆
A ₁ .	· T ₁ T ₂ T ₄ T ₅	A ₂ A ₄	· · T ₁ T ₃ T ₄ T ₆
A ₂ .	· E ₁	A ₃ A ₄	· · T ₃ T ₄ T ₆
A ₃ .	· T ₂ T ₃ T ₄ T ₅ T ₆	A ₁ A ₂ A ₃ .	· · T ₂ T ₄ T ₅
A ₄ .	· T ₁ T ₃ T ₄ T ₆	A ₁ A ₂ A ₄ .	· T ₁ T ₄
A ₁ A ₂ .	· T ₁ T ₂ T ₄ T ₅	A ₁ A ₃ A ₄ .	· T ₄
A ₁ A ₃ .	· T ₂ T ₄ T ₅	A ₂ A ₃ A ₄ .	· T ₃ T ₄ T ₆
A ₁ A ₄ .	· T ₁ T ₄	E ₂	· · T ₄

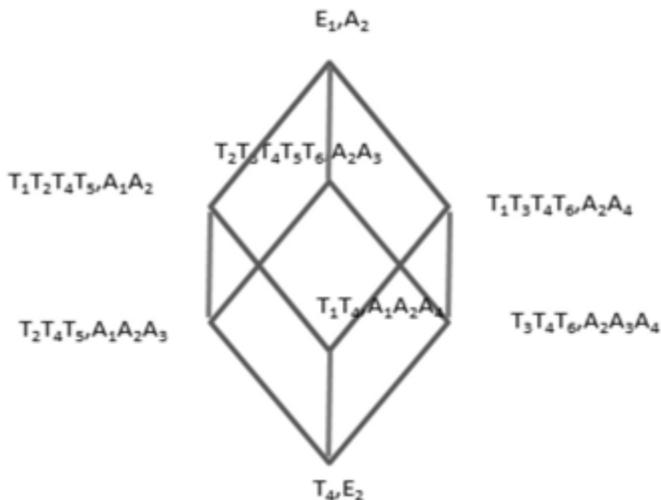
ESTUDIO

Se halla, ahora, fácilmente, para todo subconjunto no vacío de B^+ G el correspondiente de G con mayor número de elementos, de conformidad con el cuarto punto del algoritmo. Se tiene:

$$T_4 \longrightarrow E_2; T_1 T_4 \longrightarrow A_1 A_2 A_4; T_2 T_4 T_5 \longrightarrow A_1 A_2 A_3; T_3 T_4 T_6 \longrightarrow A_2 A_3 A_4$$

$$T_1 T_2 T_4 T_5 \longrightarrow A_1 A_2; T_1 T_3 T_4 T_6 \longrightarrow A_2 A_4; T_2 T_3 T_4 T_5 T_6 \longrightarrow A_2 A_3; E_1 \longrightarrow A_2$$

También en este caso se comprueba, de acuerdo con el punto quinto del algoritmo, que las relaciones halladas forman un retículo de Galois:



Observamos que, aún cuando la forma del retículo coincide con la obtenida en el supuesto anterior, no sucede lo mismo con las agrupaciones halladas.

En efecto, se puede comprobar la existencia, en primer lugar, de una nueva relación:

1. T_4 (Italia,..., Malta) posee todos los aspectos identitarios E_2 (nivel económico, grado de espiritualidad, importancia de los valores históricos, nivel de envejecimiento de la población).

Existen tres agrupaciones de espacios que poseen entre sí tres aspectos identitarios comunes:

1. $T_2T_4T_5$ (Bélgica,..., Francia), (Portugal,..., Malta), (Gran Bretaña, Irlanda) formarían uno de los núcleos si se consideran sólo $A_1A_2A_3$ (nivel económico, grado de espiritualidad, importancia de los valores históricos). Esta agrupación se diferencia del anterior supuesto en el hecho de que a los espacios anteriores se les añade el T_4 (Portugal,..., Malta).
2. T_1T_4 (Suecia, Finlandia), (Portugal,..., Malta) la formación con $A_1A_2A_4$ (nivel económico, grado de espiritualidad, envejecimiento de la población). Se añade aquí, también, el espacio T_4 (Portugal,..., Malta) que no existía en el anterior supuesto.
3. Como sucedía en el supuesto anterior, el grupo de espacios $T_3T_4T_6$ tiene como aspectos identitarios comunes $A_2A_3A_4$. No ha habido, por tanto, modificación alguna.

Se observan, finalmente, tres núcleos de espacios con dos aspectos identitarios comunes en cada uno de ellos:

1. $T_2T_3T_4T_5T_6$ que, como sucedía en el supuesto anterior, formarían una Europa si sólo se tiene en cuenta A_2A_3 . No existe entonces cambio alguno.
2. $T_1T_2T_4T_5$ (Suecia, Finlandia), (Bélgica,..., Francia), (Portugal,..., Malta), (Gran Bretaña, Irlanda) que formarían uno de los núcleos si únicamente se consideraran A_1A_2 (nivel económico,

grado de espiritualidad). Aumenta, en este caso, un espacio formando entonces un núcleo de cuatro de ellos.

3. $T_1T_3T_4T_6$ formarían, como en el supuesto anterior, uno de los núcleos cuando sólo se tienen en cuenta A_2A_4 . No existe cambio alguno en este caso.

Como sucedía en el anterior supuesto la totalidad de los espacios, $T_1T_2T_3T_4T_5T_6$ poseen en común, en el nivel 0.6 establecido, el aspecto identitario A_2 (grado de espiritualidad).

En resumen se puede concluir que la variación en el nivel θ_1 del umbral para el aspecto configurador de identidad A_1 (nivel económico del espacio) en una sola décima (de 0.7 a 0.6) ha dado lugar a la modificación de cuatro de los ocho núcleos formados. Evidentemente esta alta sensibilidad en los resultados como consecuencia de los cambios en el nivel del o de los umbrales θ_i , $i=1,2,\dots,n$ no tiene que tener un carácter de generalidad. Este grado de sensibilidad depende en gran medida de los valores en $[0, 1]$ de la matriz borrosa $[\sim]^R$.

Desearíamos hacer constar, finalmente, que únicamente con una disminución en el nivel de todos los umbrales θ_i , $i=1,2,3,4$ hasta la menor de las valuaciones de los elementos de la matriz borrosa $[\sim]^R$, en este supuesto $\theta_i = 0,4$, $i=1,2,3,4$ se daría como resultado la existencia de un solo núcleo.

4.- Consideraciones finales

Quizás resulte conveniente, cuando no necesario, en unas consideraciones finales poner de manifiesto algunas reflexiones a partir de las cuales, creemos, puede justificarse el alto interés del estudio realizado en el marco de esta investigación.

A lo largo de los últimos años nos hemos acostumbrado a escuchar o leer en los medios de comunicación frases tales como: “nos encontramos en una Europa a dos velocidades”, “existen dos europas”, “no resulta fácil conducir tantas europas”; o bien, en sentido diametralmente opuesto: “la unidad de Europa es incuestionable”, “la unidad de Europa es fundamental para el desarrollo y progreso futuro”, “la legislación europea guía la convivencia y unidad en la acción de los estados que forman la Unión Europea” . Nos podemos preguntar ¿a cuál de las dos posiciones le asiste la razón? En otras palabras ¿existe una sola Europa o existen dos o más de ellas? Y desde una perspectiva formal y teórica ¿hay que considerar uno o varios núcleos?

La respuesta a este interrogante adquiere un relevante interés por la dificultad que comporta gobernar y legislar conjuntos de poblaciones heterogéneas, así como adoptar políticas y estrategias comunes ante deseos, necesidades y expectativas diferentes.

Esto nos lleva, asimismo, a otra pregunta ¿tiene la misma importancia la diferencia, sea cual sea la amplitud de esta diferencia? Creemos sinceramente que no. Y, si estamos en lo cierto, resultará muy importante no sólo conocer aquellos elementos identitarios para los que se produce la diferencia si no también el grado o nivel de esta diferencia.

Por otra parte, y así acontece en no pocas ocasiones, al hallar los núcleos (en cierto modo agrupaciones homogéneas), es decir las distintas europas que forman, en nuestro caso la U.E., puede suceder que un mismo espacio esté incluido en dos o más de ellas, según se tengan en cuenta unos u otros de los elementos identitarios. Esta flexibilidad es una indudable ventaja a la hora de construir las europas, por cuanto la decisión de incluir un espacio en una u otra puede realizarse teniendo en cuenta criterios complementarios, a veces enriquecedores de la homogeneidad.

A medida que avanzábamos en la realización de este trabajo nos hemos visto obligados a adoptar decisiones cargadas de un cierto grado de subjetividad. Ha sido ante esta necesidad la causa por la que se ha recurrido a las lógicas multivalentes como paso previo a la representación de los espacios mediante subconjuntos borrosos del referencial de los aspectos identitarios.

Representados formalmente de esta manera los espacios, han aparecido ante nosotros dos potenciales caminos a seguir para la formación de núcleos.

El primero de ellos consiste en establecer la diferencia del nivel poseído para cada elemento identitario por los espacios, considerados estos de dos en dos, resumiendo después estas diferencias en una única valuación mediante la distancia de Hamming. Se obtiene con ello una matriz de distancias que es cuadrada, simétrica y reflexiva. El tratamiento de la complementaria, matriz de semejanzas, es sencillo. Pero al actuar así, como lo hemos repetido en varias ocasiones, se pierde desde el inicio tanto la información sobre los elementos identitarios que causan la separación de espacios como el grado o nivel de la diferencia existente para cada aspecto identitario en los distintos núcleos obtenidos.

El segundo camino, objeto de este último estudio, tiene también como punto de partida los mismos subconjuntos borrosos descriptores de los espacios. Pero ahora en lugar de recurrir a las distancias se han reunido los subconjuntos sin más para formar una matriz. En este caso una matriz rectangular, que, por tanto, exige un tratamiento diferenciado. Al seguir este camino se consigue conservar toda la información concerniente a aquellos elementos identitarios que permiten formar un núcleo (Europa en nuestro caso). Además, por el hecho de que los posibles núcleos pueden ser presentados mediante un retículo de Galois, quedan individualizadas, en los vértices del retículo, todas las posibles alternativas estructuradas de manera que en el tránsito de uno a otro

vértice se pasa de menos espacios comunes y más elementos identitarios conjuntamente, a más espacios y menos elementos identitarios, también conjuntamente.

Elegir uno u otro de estos caminos debe depender del contexto en que tiene lugar la investigación, aún cuando, a nuestro entender, el segundo posee ventajas complementarias sobre el primero, tales como una mejor información, importante cuando a lo largo del tiempo se producen cambios en uno o varios espacios, y también por el hecho de poder presentar los resultados perfectamente estructurados en vías a posibles decisiones futuras.

Ya hemos señalado que, con la presentación de este trabajo no pretendemos dar una solución definitiva a la construcción de una o de unas europas. Nuestro objetivo es abrir una puerta en el ámbito científico para dar respuestas a planteamientos con alto contenido político y poco académico acerca de una Europa homogénea o de la necesidad de considerar dos o más europas.

Es importante subrayar que a la largo de los dos caminos presentados existen situaciones en las que la decisión que se adopta proporciona unos efectos que inciden de manera fundamental en las agrupaciones de espacios, es decir, en la composición de las eventuales núcleos (europas). Destacamos las siguientes:

1. En el proceso de obtención de subrelaciones máximas de similitud:
 - a. Establecimiento del grado o nivel de semejanza entre dos espacios, $\theta \in \{0,1\}$, a partir del cual se considera que un espacio T_j es homogéneo en relación con otro espacio T_h (o que ambos forman parte de un mismo núcleo). Este nivel o grado del umbral expresa la mayor o menor exigencia de “acercamiento global” entre cada dos espacios, y, por tanto, se halla sujeto a las condiciones específicas de cada momento y a la percepción (por tanto subjetiva) del sujeto decisor.

- b. Las agrupaciones homogéneas de espacios, halladas a un cierto nivel, es decir las “distintas” europas, pueden contener, y habitualmente contienen, algún espacio común a una y otra Europa. En términos matemáticos se dice que estas agrupaciones “no son disjuntas”. He aquí otro aspecto que permite al decisor escoger entre varios núcleos, todos ellos válidos formalmente. En este supuesto no es posible tener en cuenta los elementos identitarios ya que no aparecen explícitamente en los núcleos hallados. Constituye este hecho un inconveniente que tiene respuesta adecuada en el segundo de los caminos emprendidos.
- c. Las agrupaciones homogéneas de espacios, realizadas al amparo de las subrelaciones máximas de similitud parten de la hipótesis implícita de la igual importancia para todos los elementos identitarios (nivel económico, grado de espiritualidad, ...), lo que no siempre es aceptable en la actividad real de los estados e instituciones. Sin embargo, este posible inconveniente tiene una idónea solución, como se ha señalado en este estudio, introduciendo una ponderación convexa al realizar las diferencias en valor absoluto para hallar las distancias de Hamming (o cualesquiera otras que se considerara oportuno utilizar). Se trata, pues, de un inconveniente con solución hallada.

2. En el proceso de obtención de afinidades.

- a. Habida cuenta que la matriz borrosa relaciona, aquí, elementos identitarios con espacios, nos hallamos ante una matriz rectangular, a diferencia del camino anterior en el que se trataba de una matriz cuadrada (relación de espacios con espacios mediante los complementos de las distancias). Como en el camino anterior es necesario establecer unos umbrales que permitan distinguir, para cada aspecto identitario, a partir de qué nivel o grado el espacio lo posee. Así, pues, la mayor o menor exigencia para que un as-

pecto identitario sea poseído por los espacios vendrá dado por unos umbrales cuya cuantificación $0 \leq \theta_i \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$, tendrá un alto componente de subjetividad y estará sujeto a las circunstancias de cada momento.

- b. Como en el camino anterior, que llevaba a la obtención de subrelaciones máximas de similitud, también ahora los núcleos (distintas europas) pueden contener el mismo espacio, en más de una de ellas. Se trata, una vez más, de agrupaciones no disjuntas. Sin embargo, por cuanto los resultados hallados pueden ser representados mediante retículos de Galois, cada agrupación de espacios va acompañada por los elementos identitarios que son poseídos por todos los espacios del núcleo. Esta representación reticular constituye, a nuestro entender, un interesante hallazgo que permite tener estructuradas y visualizables fácilmente todas, absolutamente todas, las posibilidades de separar o no la U. E. formando varias o una sola Europa.
- c. En este camino, el problema de una mayor o menor importancia o exigencia de un elemento identitario en relación con otro u otros queda adecuadamente resuelto, a nuestro entender, al establecer numéricamente los niveles θ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ a partir de los cuales se considera que cada elemento identitario permite que un espacio forme parte del correspondiente núcleo. Es esta una manera sencilla de incorporar la importancia de un elemento identitario en relación con los demás. Consideramos, así, que esta cuestión deja de ser un problema en esta vía, de la misma manera que tampoco lo era, finalmente, en la anterior.

Unas últimas palabras, a modo de colofón, para afirmar que el tema planteado ¿existen varias europas? adquiere hoy, pero lo tendrá también mañana, un alto interés social, pero también científico, al traspasar los estrechos límites de las querellas entre intereses políticos, que acos-

ESTUDIO

tumbran a resolverse con discursos carentes de un sólido soporte tejido mediante un razonamiento académico.

Hemos pretendido poner en evidencia nuestras inquietudes hacia unas soluciones que no pretenden ser ni totales ni definitivas, si no puertas abiertas que quizás otros traspasarán. En todo caso algo podemos decir: mucho tiempo hará falta todavía hasta que, realmente, y en el verdadero sentido de la palabra, la U.E. sea una sola Europa.

III.- VIVIR JUNTOS: PLANTEAMIENTO DE UN ALGORITMO PARA LA FORMACIÓN DE NÚCLEOS

JAIME GIL ALUJA

1.- Las nociones de semejanza y similitud para la formación de núcleos

El problema de la formación de núcleos constituye un típico caso de agrupación de fenómenos u objetos a partir de ciertos aspectos que deben ser poseídos a un nivel predeterminado. A este respecto puede adquirir especial interés presentar, en primer lugar, uno de los caminos que ya hemos utilizado en otros ámbitos de investigación para resolver el problema de las agrupaciones homogéneas. Nos referimos a aquél que se sustenta en las nociones de “semejanza” y de “similitud”. El planteamiento en sí mismo puede resumirse de la siguiente manera.

Se trata de construir una matriz de semejanza (matriz booleana cuadrada, simétrica y reflexiva) en la cual los aspectos definidores de la identidad (nivel económico, grado de espiritualidad, grado de seguimiento de los valores históricos,...) son colocados tanto en las filas como en las columnas. Según posean o no cada uno de los aspectos definidores el nivel establecido de homogeneidad se pondrá uno o un cero en la correspondiente casilla de la matriz.

Esta matriz por sí misma no permite la agrupación de más de dos espacios, ya que la noción de semejanza no posee la propiedad transitiva. Se hace necesario, entonces, recurrir a algún procedimiento a partir del cual sea posible reunir los espacios en grupos para los cuales exista la deseada transitividad. Se dispone, hoy, de algunos algoritmos a partir de los cuales es posible obtener unas subrelaciones máximas (recogen el mayor número posible de espacios). Estas subrelaciones si bien son transitivas no son, en cambio, disjuntas. Estas agrupaciones se conocen con el nombre de “subrelaciones máximas de similitud”.

Para conseguir esta agrupación es necesario resolver una cuestión previa: la construcción de una matriz representativa de las relaciones de semejanza.

Para ello proponemos que cada espacio sea representado mediante un subconjunto borroso del referencial de los aspectos definidores de su identidad (nivel económico, grado de espiritualidad y grado de seguimiento de los valores históricos, entre otros).

Conocidos los subconjuntos borrosos representativos de la identidad de cada espacio, proponemos hallar una distancia relativa entre cada uno de ellos y todos los demás. Para ello se sugiere utilizar la “distancia de Hamming”.

La matriz obtenida al reunir todas las distancias se conoce con el nombre de “matriz de desemejanza” y posee las propiedades de simetría y antireflexividad. Para hallar la “matriz de semejanza” basta obtener, para cada uno de los elementos de la matriz de desemejanza su complemento a la unidad. Por su naturaleza y construcción la matriz de semejanza tiene las propiedades que se desean: es cuadrada, simétrica y reflexiva. Al ser sus elementos valores en $[0,1]$, puede ser considerada como una matriz de semejanza borrosa.

La transición de una matriz borrosa a una matriz booleana, necesaria para obtener las subrelaciones máximas de similitud, exige el establecimiento bien de un umbral único para cada aspecto o bien de tantos umbrales como aspectos existan. La determinación de uno o varios umbrales constituye otro de los elementos en los que en muchos casos interviene la subjetividad, consecuencia de la designación del nivel o niveles del umbral o de los umbrales. Y esto adquiere una especial importancia habida cuenta del papel filtrador del umbral que permite separar los aspectos que se considera que alcanzan o no el nivel exigido y, por tanto, configuradores de la homogeneidad entre los distintos espacios.

Hemos hablado de la noción de distancia, concretamente a la distancia de Hamming. Permítasenos una, creemos, necesaria considera-

ción. La utilización de la distancia de Hamming como suma aritmética de diferencias en valores absolutos, sin que a cada aspecto (económico, por ejemplo) se le asigne un peso diferente a los demás, (espiritualidad, por ejemplo) mostraría la idéntica importancia de todos los aspectos definidores de la homogeneidad. Cuando ello no es así, conviene utilizar pesos distintos realizando, en nuestro caso, una ponderación convexa de las distancias en valor absoluto.

2.- La formación de núcleos mediante subrelaciones máximas de similitud

Como acabamos de señalar, en el planteamiento del problema de la posible existencia de más de un núcleo puede tener un especial interés la consideración de las relaciones de semejanza como punto de partida para la solución del problema de agregación homogénea de espacios mediante el establecimiento de subrelaciones máximas de similitud. Para ello se suponen conocidos los subconjuntos borrosos que describen los espacios a partir de sus aspectos identitarios.

Vamos a partir de los siguientes conjuntos:

Para los m espacios

$$E_1 = \{T_1, T_2, \dots, T_m\}$$

Para los n aspectos identitarios

$$E_2 = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$$

Los niveles o grados en que cada espacio T_j , $j=1,2,\dots,m$ posee el correspondiente nivel identitario vendrá expresado por $\mu_1^{(j)}$, $i=1,2,\dots,n$

$$T_j = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & & A_n \\ \sim & \mu_1^{(j)} & \mu_2^{(j)} & \mu_3^{(j)} & \dots & \mu_n^{(j)} \end{matrix}$$

$$0 \leq \mu_i^{(j)} \leq 1$$

$$j = 1, 2, \dots, m$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

La agrupación de los espacios T_j , $j=1,2,\dots,m$, tomados de dos en dos puede tener lugar, entre otros, a través del concepto de distancia. Como es sabido es posible definir una gran cantidad de distancias. Ente las más utilizadas se acostumbra a citar la distancia de Hamming, la distancia de Euclides, así como la distancia de Minkowski que las generaliza. A efecto puramente simplificarivos adoptaremos la distancia de Hamming⁴. Se obtendrá, con ella la desemejanza entre cada par de espacios en relación con sus aspectos identitarios (nivel económico, grado de espiritualidad, grado de seguimiento de los valores históricos,...).

La distancia relativa de Hamming entre dos espacios tales como T_j y T_h es:

$$\delta (\underset{\sim}{T}_j, \underset{\sim}{T}_h) = 1/n (\sum_{i=1}^n | \mu_i^{(j)} - \mu_i^{(h)} |)$$

$$j, h = 1, 2, \dots, m$$

4 Como es conocido la distancia relativa de Euclides es: $\varepsilon (\underset{\sim}{T}_j, \underset{\sim}{T}_h) = 1/n [(\sum_{i=1}^n | \mu_i^{(j)} - \mu_i^{(h)} |)^2]^{1/2}$ y la de Minkowski: $\gamma (\underset{\sim}{T}_j, \underset{\sim}{T}_h) = 1/n [(\sum_{i=1}^n | \mu_i^{(j)} - \mu_i^{(h)} |)^\lambda]^{1/\lambda}$. Al dar a λ , el valor uno se halla la distancia de Hamming y al hacer $\lambda=2$ la citada distancia de Euclides.

Si se hallan todas las distancias relativas entre los espacios se obtiene una “matriz de distancias”, es decir una matriz de desemejanzas, en la que se ha designado por δ_{jh} la distancia relativa (en el sentido de desemejanza) entre el territorio T_j y T_h . La representamos de la siguiente manera:

$$[D] = \begin{array}{c} T_1 \\ T_2 \\ \dots \\ T_m \end{array} \begin{array}{c} T_1 \\ T_2 \\ \dots \\ T_m \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1m} \\ \hline \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2m} \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline \delta_{m1} & \delta_{m2} & \dots & \delta_{mm} \\ \hline \end{array}$$

En donde:

$$\delta_{11} = \delta_{22} = \dots = \delta_{mm} = 0$$

al ser nula la distancia entre un espacio consigo mismo. En todo caso, $\delta_{jh} \in [0,1]$.

Para obtener la matriz de semejanza se puede recurrir a la complementación a la unidad de los elementos de la matriz de desemejanza $[D]$, es decir:

$$\sigma_{jh} = 1 - \delta_{jh}$$

La matriz de semejanza se puede, pues, presentar de la siguiente manera:

		T_1	T_2		T_m
$[S] =$	T_1	σ_{11}	σ_{12}	σ_{1m}
		σ_{21}	σ_{22}	σ_{2m}
	T_2
	T_m	σ_{m1}	σ_{m2}	σ_{mm}

$$\sigma_{jh} \in [0,1]$$

$$\sigma_{jh} = 1, j=h$$

Esta relación borrosa $[S]$ es cuadrada, simétrica y reflexiva y como hemos ya señalado puede ser el punto de partida para hallar las subrelaciones máximas de similitud. Para ello es necesario transformar, una vez más, una matriz borrosa, $[S]$, en booleana fijando un umbral θ a partir del cual se considera que existe entre los espacios afectados la deseada homogeneidad por ser considerados que forman parte del mismo núcleo.

Entre los procedimientos más habitualmente utilizados en este tipo de matrices se halla el algoritmo de Pichat⁵ que vamos a describir a continuación.

Recordemos que este tipo de subrelaciones posee, además de la simetría y la reflexividad, también la transitividad. Así, pues, el algoritmo de Pichat tiene como finalidad la obtención de submatrices o grafos transitivos. Las fases de este algoritmo pueden ser resumidas de la siguiente manera:

⁵ Pichat, E.: *Contribution a l'algorithmique non numerique dans les ensembles ordonnés*. These Doctorat as Sciences. Universidad de Grenoble, 1970.

1. Se parte de la relación de semejanza booleana (simétrica y reflexiva).
2. Aprovechando la existencia de simetría se considera únicamente la parte de la matriz situada en y por encima de la diagonal (por tanto diagonal incluida).
3. Se tienen en cuenta los ceros (vacíos) existentes operando de la siguiente manera, fila tras otra, empezando por la primera de ellas:
 - a) Se multiplican los elementos de aquellas columnas en las que existen ceros (casillas vacías)
 - b) Se realiza la suma booleana del elemento de cada fila con el producto hallado en a).
4. Se halla el producto booleano de las sumas obtenidas para cada fila, siguiendo las reglas siguientes:
 - a) Las filas sin ceros (no hay sumas para ellas) son excluidas del proceso.
 - b) Cuando el producto de las sumas proporciona como resultado un sumando ya existente sólo se considera uno de ellos. Así:
$$a \dot{+} a = a$$
 - c) Si uno de los sumandos resultantes posee los mismos elementos que otro sumando, o los mismos más alguno o algunos más, se elimina el que posee mayor número de elementos. Así: $a \dot{+} a.b.c = a$
5. El resultado obtenido tiene la forma de una suma de productos de elementos. Para cada sumando se halla su complemento del referencial. Cada uno de estos elementos complementarios es una subrelación máxima de similitud.

3.- Utilización del algoritmo descrito para la obtención de núcleos

Pasamos, seguidamente, a la utilización de este algoritmo al problema que nos ocupa, para intentar conseguir unos resultados capaces de proporcionar una buena idea sobre la existencia de uno o varios núcleos.

Para ello vamos a utilizar unas informaciones numéricas sólo válidas, en sentido estricto, a modo orientativo. Por lo tanto los datos que se van a considerar son única y exclusivamente indicativos y sujetos a toda modificación que se crea oportuna y esté justificada. Se trata de una aplicación válida a efectos didácticos. Lo único que se pretende es proporcionar una muestra de la validez lógica del algoritmo elaborado y sugerir una manera de extraer de los resultados unas conclusiones con un cierto grado de representatividad de lo real.

Se inicia el proceso con el establecimiento del conjunto de espacios, E_1 , y del conjunto de sus aspectos identificadores, E_2 .

$$E_1 = \{ T_1, T_2, \dots, T_6 \}$$

En donde:

T_1 = Suecia, Finlandia

T_2 = Bélgica, Holanda, Luxemburgo, Dinamarca, Francia

T_3 = Polonia, Chequia, Eslovaquia, Hungría, Eslovenia, Croacia, Macedonia, Estonia, Letonia, Lituania.

T_4 = Italia, Portugal, España, Grecia, Chipre, Malta.

T_5 = Gran Bretaña, Irlanda.

T_6 = Rumanía, Bulgaria.

Y también:

$$E_2 = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$$

En donde:

A_1 = Nivel económico del espacio.

A_2 = Grado de espiritualidad.

A_3 = Importancia de los valores históricos en la sociedad.

A_4 = Nivel de envejecimiento de la población.

Se toman como punto de partida los subconjuntos borrosos T_j , $j = 1, 2, \dots, 6$ siguientes:

	A_1	A_2	A_3	A_4
$T_1 =$ \sim	0.9	0.6	0.4	0.7

	A_1	A_2	A_3	A_4
$T_2 =$ \sim	0.7	0.7	0.6	0.5

	A_1	A_2	A_3	A_4
$T_3 =$ \sim	0.5	0.7	0.6	0.6

	A_1	A_2	A_3	A_4
$T_4 =$ \sim	0.6	0.8	0.7	0.5

ESTUDIO

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
$T_5 \sim$	0.8	0.7	0.7	0.5
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
$T_6 \sim$	0.5	0.8	0.7	0.6

Reiteramos, una vez más, que las valuaciones correspondientes a las $\mu_i^{(j)}$, $i=1,2,3,4$; $j=1,2,\dots,6$ sólo son válidas a título didáctico, por cuanto se hallan faltas de un análisis más profundo.

La existencia de estos subconjuntos borrosos permite la obtención de las respectivas distancias relativas $\delta(T_{\sim j}, T_{\sim h})$, $j,h=1,2,\dots,6$. Son las siguientes:

$$\delta(T_{\sim 1}, T_{\sim 2}) = 1/4 (|0.9-0.7| + |0.6-0.7| + |0.4-0.6| + |0.7-0.5|) = 1/4 \cdot 0.7 = 0.175$$

$$\delta(T_{\sim 1}, T_{\sim 3}) = 1/4 (|0.9-0.5| + |0.6-0.7| + |0.4-0.6| + |0.7-0.6|) = 1/4 \cdot 0.8 = 0.200$$

$$\delta(T_{\sim 1}, T_{\sim 4}) = 0.250, \delta(T_{\sim 1}, T_{\sim 5}) = 0.175, \delta(T_{\sim 1}, T_{\sim 6}) = 0.250, \delta(T_{\sim 2}, T_{\sim 3}) = 0.075$$

$$\delta(T_{\sim 2}, T_{\sim 4}) = 0.075, \delta(T_{\sim 2}, T_{\sim 5}) = 0.050, \delta(T_{\sim 2}, T_{\sim 6}) = 0.125, \delta(T_{\sim 3}, T_{\sim 4}) = 0.100$$

$$\delta(T_{\sim 3}, T_{\sim 5}) = 0.125, \delta(T_{\sim 3}, T_{\sim 6}) = 0.050, \delta(T_{\sim 4}, T_{\sim 5}) = 0.075, \delta(T_{\sim 4}, T_{\sim 6}) = 0.050$$

$$\delta(T_{\sim 5}, T_{\sim 6}) = 0.125$$

Habida cuenta de que, por simetría, se tiene:

$$\delta(T_{\sim j}, T_{\sim h}) = \delta(T_{\sim h}, T_{\sim j}), \quad j,h=1,2,\dots,6$$

la matriz de distancias δ es, en este caso, la siguiente:

$$[\tilde{D}] =$$

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
T ₁	0	0.175	0.200	0.250	0.175	0.250
T ₂	0.175	0	0.075	0.075	0.050	0.125
T ₃	0.200	0.075	0	0.100	0.125	0.050
T ₄	0.250	0.075	0.100	0	0.075	0.050
T ₅	0.175	0.050	0.125	0.075	0	0.125
T ₆	0.250	0.125	0.050	0.050	0.125	0

Esta matriz de distancias, se considera, en realidad, una matriz de desemejanza. Para convertirla en una matriz de semejanza bastará hallar para cada uno de sus elementos el complemento a la unidad. Se tendrá, entonces:

$$[\tilde{S}] =$$

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
T ₁	1	0.825	0.800	0.750	0.825	0.750
T ₂	0.825	1	0.925	0.925	0.950	0.875
T ₃	0.800	0.925	1	0.900	0.875	0.950
T ₄	0.750	0.925	0.900	1	0.925	0.950
T ₅	0.825	0.950	0.875	0.925	1	0.875
T ₆	0.750	0.875	0.950	0.950	0.875	1

Se comprueba que la matriz borrosa de semejanzas hallada $[\tilde{S}]$ es cuadrada, simétrica y reflexiva.

El próximo paso consiste en convertir esta matriz borrosa en booleana mediante el establecimiento de un umbral θ , a partir del cual se considera que existe entre los espacios afectados la necesaria homogeneidad para ser considerados que forman parte del mismo núcleo. Se puede emprender, ahora, la tarea de abordar las fases de aplicación del algoritmo propuesto.

4.- Utilización del algoritmo para la obtención de núcleos

De acuerdo con el proceso propuesto pasamos, seguidamente, a desarrollar las fases que componen al algoritmo de Pichet.

1. La primera fase del proceso adquiere una especial importancia por cuanto su componente de subjetividad puede afectar de manera directa a los resultados que se van a obtener. A título únicamente indicativo vamos a establecer como primera opción el nivel $\theta \leq 0.900$. La matriz booleana de semejanza que le corresponde será, entonces:

[B] =

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
T ₁	1					
T ₂		1	1	1	1	
T ₃		1	1	1		1
T ₄		1	1	1	1	1
T ₅		1	1	1	1	
T ₆		1	1	1	1	1

2. Se considera únicamente la parte superior de la diagonal principal de la matriz [B], incluida ésta:

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
T ₁	1					
T ₂		1	1	1	1	
T ₃			1	1		1
T ₄				1	1	1
T ₅					1	
T ₆						1

3. Se realiza la suma de productos para cada fila siguiendo las indicaciones del algoritmo ya descrito:

$$\text{Fila } T_1: T_1 + T_2 T_3 T_4 T_5 T_6$$

$$\text{Fila } T_2: T_2 + T_6$$

$$\text{Fila } T_3: T_3 + T_5$$

$$\text{Fila } T_5: T_5 + T_6$$

No se consideran las filas T₄ y T₆ por no existir ceros en ellas.

4. Tiene lugar el producto booleano P en términos mínimos:

$$\begin{aligned}
 P &= (T_1 + T_2 T_3 T_4 T_5 T_6) (T_2 + T_6) (T_3 + T_5) (T_5 + T_6) = \\
 &= (T_1 T_2 + T_1 T_6 + T_2 T_3 T_4 T_5 T_6) (T_3 + T_5) (T_5 + T_6) = \\
 &= (T_1 T_2 T_3 + T_1 T_2 T_5 + T_1 T_3 T_6 + T_1 T_5 T_6 + T_2 T_3 T_4 T_5 T_6) (T_5 + T_6) = \\
 &= \cancel{T_1 T_2 T_3 T_5} + T_1 T_2 T_3 T_6 + \cancel{T_1 T_2 T_5} + \cancel{T_1 T_3 T_6} + T_1 T_3 T_5 T_6 + T_1 T_3 T_6 + T_1 T_5 T_6 \\
 &\quad + T_2 T_3 T_4 T_5 T_6
 \end{aligned}$$

ESTUDIO

Así, pues:

$$P = T_1 T_2 T_5 + T_1 T_3 T_6 + T_1 T_5 T_6 + T_2 T_3 T_4 T_5 T_6$$

5. Se obtiene finalmente el complemento de cada uno de los términos de P. Se tiene:

$$\bar{P} = T_3 T_4 T_6 + T_2 T_4 T_5 + T_2 T_3 T_4 + T_1$$

De manera visual se observan las cuatro subrelaciones máximas de similitud, mediante las submatrices máximas que se pueden formar con los elementos de la matriz [B]. Así:

	T_2	T_3	T_4
T_2	1	1	1
T_3	1	1	1
T_4	1	1	1

	T_2	T_4	T_5
T_2	1	1	1
T_4	1	1	1
T_5	1	1	1

	T_3	T_4	T_6
T_3	1	1	1
T_4	1	1	1
T_6	1	1	1
	T_1		
T_1	1		

En definitiva, se comprueba que con el riguroso nivel exigido $\theta \leq 0.900$, se producen tres núcleos con tres espacios, y el espacio T_1 (Suecia, Finlandia), que en sí mismo puede considerarse un núcleo.

Las otras tres agrupaciones son los otros núcleos que se pueden considerar. Los espacios que podrían formar cada uno de los núcleos serían: $T_2T_3T_4$ (Bélgica, ...Francia) (Polonia, ..., Lituania), (Italia,..., Malta), $T_2T_4T_5$ (Bélgica,..., Francia), (Italia,..., Malta), (Gran Bretaña, Irlanda) y $T_3T_4T_6$ (Polonia,...Lituania), (Italia,...,Malta), (Rumania, Bulgaria). Se observa, además, que estos subconjuntos de espacios no son disjuntos al pertenecer algunos territorios T_2 , T_3 y T_4 a más de uno de los núcleos hallados.

Pasemos, seguidamente, a un breve ensayo de sensibilidad, reduciendo la exigencia representada por el umbral, pasando de $\theta \leq 0.900$ a $\theta \leq 0.875$.

ESTUDIO

En este caso, el apartado 2 del algoritmo que considera sólo la parte superior de la diagonal principal, dará lugar a una nueva matriz booleana.

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
T ₁	1					
T ₂		1	1	1	1	1
T ₃			1	1	1	1
T ₄				1	1	1
T ₅					1	1
T ₆						1

En este caso, la suma de productos para cada fila quedará reducido a:

$$\text{Fila } T_1 : T_1 + T_2 T_3 T_4 T_5 T_6$$

No ha lugar al producto booleano, ya que el resultado sería el mismo dado que el producto de la suma correspondiente a la fila T₁ por la unidad es esta misma suma.

Así, pues:

$$P = T_1 + T_2 T_3 T_4 T_5 T_6$$

El complemento de cada uno de estos dos términos será:

$$\bar{P} = T_2 T_3 T_4 T_5 T_6 + T_1$$

Quedan en este caso, como era de esperar, dos núcleos. El primero formado únicamente por T_1 (Suecia, Finlandia) y el segundo por los otros 5 territorios $T_2T_3T_4T_5T_6$. La presentación matricial es la siguiente:

	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
T_2	1	1	1	1	1
T_3	1	1	1	1	1
T_4	1	1	1	1	1
T_5	1	1	1	1	1
T_6	1	1	1	1	1

T_1	T_1
T_1	1

Quizás sea obvio señalar que un solo núcleo sólo existirá cuando el umbral cumpla la condición de no superar el nivel más bajo entre los elementos de la matriz $[S]$, es decir $\theta \leq 0.750$.

Algunas consideraciones parecen oportunas a la vista de la descripción de este algoritmo que permite pasar de una matriz de semejanza, en la que únicamente es posible hacer agrupaciones de espacios de dos en dos, a las subrelaciones máximas de similitud, que pueden recoger la agrupación de hasta n espacios.

Nos podemos preguntar, ahora, cuál es el sentido que adquiere este tipo de agrupaciones que se obtienen mediante el proceso descrito y por tanto cuál es el sentido de las diferencias entre los distintos núcleos. En otras palabras ¿qué recoge el concepto de similitud?

Para dar cierta respuesta a tal cuestión creemos conveniente retroceder a la formación de la matriz borrosa $[D]$, es decir a la obtención de las “distancias” (en este trabajo las distancias de Hamming) entre

espacios, calculadas (y esto es importante) como diferencias entre los niveles poseídos en dos espacios de los aspectos identitarios (en nuestro caso, nivel económico, grado de espiritualidad, importancia de los valores históricos y nivel de envejecimiento de la población, aunque podría haber más o también ser otros distintos).

Al actuar, como lo hemos hecho, se ha admitido implícitamente que cada uno de los aspectos identitarios tiene la misma importancia a efectos de agrupar espacios. Esta es una afirmación que no siempre es cierta en la realidad. Digamos, sin embargo, que la homogenización a estos efectos no plantea grandes problemas. La eventual diferencia de importancias se puede solventar asignando un peso a cada diferencia en valores absolutos mediante una ponderación convexa. Si se designa por w_i la importancia relativa al aspecto identitario i , las distancias relativas de Hamming establecidas resultarían entonces:

$$\Pi(\tilde{T}_j, \tilde{T}_h) = \sum_{i=1}^n v_i |\mu^{(j)}_i - \mu^{(h)}_i|, \quad j, h = 1, 2, \dots, m$$

En donde:

$$v_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Y, también:

$$w_i \in [0, 1]$$

Por otra parte, en la obtención de las distancias entre cada par de espacios se ha resumido en una sola cifra las “diferencias” existentes, perdiendo, entonces, la información sobre cuáles son los aspectos identitarios que producen las diferencias y en qué medida lo hacen. Y esto resulta de un alto interés por muchos motivos, entre los cuales no es menor la posibilidad de que uno o varios aspectos identitarios con amplias

diferencias tengan perspectivas de cambio en un futuro más o menos inmediato.

Con objeto de dar una solución a este inconveniente, y sin menosprecio del interés indudable del algoritmo presentado, vamos a sugerir un nuevo camino a partir de la noción de “afinidad”.

El interés que, como veremos, tiene para nosotros la noción de afinidad se deriva, además, por el hecho de que permite relacionar los elementos del conjunto E_1 de espacios con el conjunto E_2 de aspectos definidores de la identidad de estos espacios, lo que se puede representar mediante matrices rectangulares definidas por $E_1 \times E_2$. La obtención de subrelaciones máximas espacios \times aspectos identitarios consiste en lo que en matemáticas se llama “obtención de una cobertura” de la relación borrosa $[R] \subset E_1 \times E_2$. Se puede comprobar que las subrelaciones de esta cobertura proporcionan un retículo de Galois.

IV. REFLEXIONES FINALES

JOAN-FRANCESC PONT CLEMENTE

En las *Meditationes de prima philosophia* publicadas por René Descartes (1596-1650) en latín en 1641, una obra dedicada a la prueba de la existencia de Dios y de la inmortalidad del alma, *Renatus Cartesius* confiesa que mucho tiempo antes ya se había dado cuenta de que desde sus primeros años había recibido un número elevado de falsas opiniones que pasaban por verdaderas y que, por tanto, las ideas que él había concebido sobre principios poco seguros no serían más que conclusiones dudosas e inciertas. Ello llevó al geómetra y filósofo al juicio de que debía acometer seriamente por una vez en su vida las tareas de deshacerse de todas las opiniones recibidas crédulamente hasta ese momento y de empezar de nuevo desde los cimientos si realmente deseaba realizar aportaciones valiosas a las ciencias. Descartes se compromete, pues, con el *desaprendizaje* de los conocimientos que lastran el avance hacia el conocimiento, o, quizás mejor, propone abandonar las *viejas ideas* conservando el conocimiento adquirido, para sobre la base de ese conocimiento construir nuevas ideas.

En nuestra opinión, es un grave error entender el desaprendizaje como un recorte del saber porque es, más bien, una reordenación de lo que sabemos y una liberación de los estereotipos y de los dogmas, para dar nuevos pasos adelante en la búsqueda de lo desconocido que cada uno se imponga como un deber. La tensión intelectual nacida de la distancia entre lo que sabemos y lo que intuimos que ignoramos es un motor de la investigación, si no existe una *prohibición* (externa o interna) para seguir avanzando. Una de estas prohibiciones es la interdicción moral de la curiosidad.

Uno de los aspectos que merece ser estudiado en nuestra Historia desde las Ciencias Sociales es el grado de existencia en cada momento de una curiosidad viva, entendiendo aquí curiosidad en el mejor sentido del concepto. La existencia misma de una Academia como la nuestra, enraizada en los valores de la Ilustración es, en su conjunto, una invitación a la curiosidad y a desaprender mediante el aprendizaje. La

Academia no propone dejar de leer, como hacen todos los fundamentalismos, como hizo el cura de pueblo con la biblioteca de Don Quijote, sino leer de nuevo, pero esta vez con los ojos abiertos. La Academia, las Academias, recuerdan, a efectos pedagógicos, que las *Conférences aux jeunes filles* del Abbé Méchin de 1874, publicadas bajo la bendición del Obispo de Troyes, exponían como uno de los grandes defectos del ser humano era la curiosidad, que afectaba sobre todo a la mujer, sobre todo a la joven, convirtiéndose para ella en un camino de perdición. La perdición de la mujer la hacía culpable, por cierto, de la perdición del mundo, recuperando una vez más el mito del pecado original. La mujer fue vencida por la curiosidad y comió del fruto del árbol de la ciencia del bien y del mal (que luego se asoció a una manzana) y el hombre fue vencido por la seducción de la mujer. En esta historia, la protagonista femenina es mala y perversa, mientras que el masculino es incauto y, en realidad, tonto. Como mito fundacional resulta francamente mejorable, la verdad. Pero aún resulta peor que sobre esta anécdota sin ton ni son se haya construido una cultura milenaria de segregación de la mujer (*la mujer no puede ser notario porque no es discreta*, decía un viejo y querido profesor en una obra de juventud) que, en el plano de la anécdota no intrascendente, alcanza hasta la publicación por el Arzobispado de Granada en 2013 del libro *Cásate y sé sumisa* de la autora italiana Constanza Miriano.

Hay dos mensajes de fondo en el mito del pecado original: la mujer está deseosa de saber y el hombre es un ser rústico que no se hace preguntas, de un lado; de otro, resulta sano y santo no buscar el conocimiento y permanecer en la ignorancia, en una ignorancia deseada como medio para no alcanzar jamás la mayoría de edad... En conclusión, la enseñanza ha de estar en manos de unos pocos para garantizar una insignificante *salida controlada* de la ignorancia debidamente tutelada para que los elementos de superstición impidan la búsqueda de la luz. Ésta ha sido y es, en parte, la razón por la que los fundamentalismos propenden a mantener su mano de hierro sobre la educación. Ha sido

así desde que Manuel Godoy (1767-1851) [y su ministro José Antonio Caballero (1754-1821)], por citar a dos personajes nada sospechosos de liberales, introdujeron en las aulas españolas *nuevas enseñanzas, nuevos libros y nuevos métodos, a cuyo impulso y boga se debió que en los claustros penetraran Locke, Condillac, Descartes, Newton y otros sabios de gran cuenta, invadiendo los bancos y ocupando las cátedras donde reinaba aún con todo su cortejo y con todas sus armas la Edad Media* (de la *Memoria del Príncipe de la Paz*). Es sabido cómo aquellos tímidos intentos generaron una reacción duradera y violenta que contribuyó a desacreditar a sus protagonistas y a retrasar, una vez más, una vez como tantas que la seguirían, la reforma educativa. De igual forma en Francia, la petición de la Liga de la Enseñanza en 1872 para establecer la instrucción obligatoria fue rechazada por los católicos entonces en el poder bajo el argumento de la defensa de la libertad del cabeza de familia.

El mito del pecado original se proyecta a lo largo de la Historia en la tacha de *brujas* que reciben las mujeres independientes que tratan de ejercer su libertad. Ya lo hizo así San Agustín (354-430) en el capítulo XVIII de *De Civitate Dei*, donde refleja a unas mujeres de mala vida que daban de comer ciertos quesos a los viajeros transformándolos en bestias. El único continente en el que ha habido más brujas que brujos es Europa. Europa ha quemado cuatro veces más mujeres que hombres en la hoguera. Eva, culpable, y las hijas de Eva, culpables también, tuvieron que buscar en la brujería una contra-iglesia que las defendiera. La Inquisición persigue durante doscientos años a las mujeres de acuerdo con el Tratado *Malleus maleficarum* (*maleficarum* en femenino y no el neutro *maleficorum*) publicado en 1486.

La ignorancia anhelada y deseada, la ignorancia de la que no se quiere salir, la ignorancia de la que alguien puede incluso llegar a sentirse orgulloso, es un virus infeccioso que puede llegar a afectar también al ciudadano o, incluso, al científico acomodaticio. La *persona-ig-*

norante-que-no-quiere-dejar-de-serlo se halla, al mismo tiempo, aunque parezca contradictorio, acomplejada por su falta de conocimientos y orgullosa de ella. El segundo sentimiento actúa como contrapeso del primero y la consecuencia inevitable de esta inútil conciliación de los contrarios es que en lugar de salir del encierro estéril en el que se halla, convierte en su razón de ser la destrucción de los intelectuales. Sumido en la oscuridad, confunde a ésta con la luz. En su ceguera, hará lo mismo que Al-Gazhalí (en latín, *Algazel*) quería hacer con Ibdn Rushd (más conocido en latín como *Averroes*).

Muy al contrario, la Academia, las Academias, las sociedades científicas o eruditas, como deseaba Isaac Newton, son de forma ineludible un espacio de pluralidad social en el que conviven personas muy diferentes y, por tanto, también personas con posiciones personales, sociales, profesionales o intelectuales muy diferentes, pero que descubren desde el primer momento de su compromiso con la Ciudad ¡que cada uno de nosotros es *semper discipulus*! Nuestra riqueza es la pluralidad, que constituye una de las herramientas de nuestro trabajo al servicio de la Ciudad y al progreso de la humanidad. El rechazo de la pluralidad es lo que Gabriel Jaraba, profesor de Periodismo en la Universidad Autónoma de Barcelona, ha llamado recientemente *miserabilismo*, que significa la renuncia a cualquier grado de influencia, por nimio que fuera, en la mejora del mundo en el que vivimos.

El *miserabilismo* -antónimo de *meliorismo* o afán de progresar, cuestión a la que se refiere Vicenç Molina en su docencia de Ética empresarial en la Universidad de Barcelona, se refleja también en la obcecación por colgarse uno u otro falso honor, medalla de latón o gloria comprada a golpe de cheque, para disimular con oropeles que el falso rey está desnudo. Es *miserabilismo*, también, el ejercicio de la fuerza bruta del atrevimiento que sólo puede nacer de la ignorancia. Y la aversión hacia el conocimiento de quienes han conseguido, *por la fuerza de su brazo*, como describía Cervantes de Don Quijote, sobresalir mínimamente de la mediocridad. El antiintelectualismo se da en escenarios

muy diversos y fue, por ejemplo, uno de los virus que redujo a cenizas al que durante el franquismo fue el Partido por excelencia. Tiempo antes, fue la causa de que Juan Ramón Jiménez debiera abandonar Madrid, bajo la protección del presidente Azaña, que le nombró agregado cultural en Washington. Hoy asoma en muchas de las simplificaciones de las ideas políticas vendidas, a derecha e izquierda, como píldoras de 140 caracteres, como si de un bálsamo de Fierabrás se tratara.

El antónimo de ignorancia deseada –una enfermedad del espíritu– es la ignorancia indeseada. Quien rechaza su ignorancia empieza a salir de la esclavitud de la nada. La salida de la ignorancia es la instrucción, formulada por vez primera como un objetivo político, a salvo el precedente de Godoy ya citado, en el Estatuto de Bayona de 1808 y en la Constitución de Cádiz de 1812, pero que no llega a formar parte de las políticas públicas hasta después de la revolución de 1868 y, aún, con grandes obstáculos y dificultades. La instrucción como tal devendría adoctrinamiento durante la larga noche del franquismo, un tiempo en el que los libros, se entiende que los libros escritos por pensadores, sólo servían para alimentar el fuego, como ocurrió, entre muchas otras, con la biblioteca de Juan Ramón Jiménez. El científico sólo puede militar junto a los hombres y a las mujeres que no desean la ignorancia ni para ellos ni para los demás.

Cuando en castellano nos referimos a la ignorancia sublime, en realidad estamos describiendo un insulto, la situación de alguien que desconoce hasta lo más elemental. Algún autor, sin embargo, denomina ignorancia sublime a la ignorancia reconocida mediante la aceptación sincera de que desconocemos mucho más de lo que conocemos. Éste es el significado de la frase de los clásicos *Hoc unum scio, nihil scire*. Nicolás de Cusa (1401-1464) se refería a la docta ignorancia y, sin ni siquiera rozar los problemas teológicos que pretendía resolver, no es menos cierto que resulta sugestiva su idea de que el reconocimiento de la ignorancia es, en sí mismo, la expresión de una ignorancia instruida, docta, debiendo buscar el conocimiento en el interior de uno mismo.

La docta ignorancia, si hacemos nuestro este término, es una condición exigible a todos los humanistas y es susceptible de constituir un potente elemento de reflexión intelectual. Quien se envanece de saberlo todo comete el mismo error que quien se niega a saber, mientras que la humildad del científico, del humanista, consiste lisa y llanamente en el reconocimiento de sus límites y en no dejar nunca de aspirar a superarlos.

Reconocer nuestra ignorancia y perseguir el conocimiento son las dos vías complementarias para construir la *sociedad buena* que alienta entre las aspiraciones más nobles del ser humano. Esta fue la razón por la que la Sección III de la Academia asumió el reto de proponer a sus integrantes la investigación sobre la posibilidad real de *vivir juntos*. Una primera aportación mereció el beneplácito de la Comisión e incitó al Presidente de la Academia, Profesor Jaime Gil Aluja, a proponer un algoritmo que desarrollara en la Matemática borrosa las potencialidades del análisis. El lector tiene en sus manos el resultado del trabajo compartido.

Nótese que se aplica a los condicionantes del *reconocimiento* mutuo entre los Estados miembros de la Unión Europea, pero que sirve, perfectamente, para descubrir si ese *reconocimiento* se otorga también entre entidades subestatales o entre grupos sociales. La virtualidad del modelo es que parte de la aceptación de la realidad tal cual es, sin apriorismos basados en creencias, mitos, leyendas, filias, fobias o prejuicios. Las diferencias son un dato y al científico le preocupa descubrir de qué modo son conciliables. O dicho de otra forma: ¿de qué manera pueden contribuir a la definición de un núcleo que disminuya la distancia entre los diferentes y les permita convivir en un halo de pluralidad respetuosa?

Un núcleo sólido, rodeado de un halo que es un espacio abierto pero de contornos limitados, conduce a una sociedad que no se escinde

por lealtades contrapuestas. En efecto, reserva la lealtad al núcleo y preserva el derecho a ejercer esa virtud de la lealtad desde un halo no compartimentado por comunitarismos segregadores.

Esta es nuestra propuesta optimista para ciudadanos buenos, nacida del respeto de la curiosidad científica como motor de la libertad, que sometemos, gustosamente, al mejor criterio de nuestros pares y de nuestros lectores.



*Real Academia
de Ciencias Económicas y Financieras*

**PUBLICACIONES DE LA REAL ACADEMIA
DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y FINANCIERAS**

*Las publicaciones señaladas con el símbolo  están disponibles en formato PDF en nuestra página web:
<https://racef.es/es/publicaciones>

**R.A.C.E.F. T.V. en 
El símbolo  indica que hay un reportaje relacionado con la publicación en el canal RACEF TV en 

JUNTA DE GOBIERNO Y SECCIONES DE LA REAL ACADEMIA

JUNTA DE GOBIERNO

Presidente Excmo. Sr. Dr. JAIME GIL ALUJA

Vicepresidente Excmo. Sr. Dr. LORENZO GASCÓN

Secretario Excmo. Sr. Dr. ALFREDO ROCAFORT NICOLAU

Vicesecretario Excmo. Sr. Dr. FERNANDO CASADO JUAN

Censor Excmo. Sr. Dr. MARIO AGUER HORTAL

Bibliotecario Excmo. Sr. Dr. RAMÓN POCH TORRES

Tesorero Excmo. Sr. D. JOSÉ MARÍA CORONAS GUINART

Interventor Excmo. Sr. Dr. JOSÉ ANTONIO REDONDO LÓPEZ

SECCIONES

SECCIÓN PRIMERA: CIENCIAS ECONÓMICAS

Excmo. Sr. Dr.	Alfonso Rodríguez Rodríguez	Presidente
Excmo. Sr. Dr.	Antonio Argandoña Rámiz	Secretario
Excmo. Sr. Dr.	Antonio Castells Oliveres	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Lorenzo Gascón	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Carles A. Gasòliba i Böhm	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Francesc Granell Trias	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	José M ^a Gil Robles	Vocal
Excma. Sra. Dra.	Montserrat Guillén Estany	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Juan Hortalà i Arau	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Jaime Lamo de Espinosa	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	José Ángel Sánchez Asiaín	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	José Manuel de la Torre y de Miguel	Vocal

SECCIÓN SEGUNDA: TÉCNICA ECONÓMICO-CONTABLE Y FINANCIERA

Excmo. Sr. Dr.	José A. Redondo López	Presidente (en funciones)
Excmo. Sr. Dr.	Ramón Poch Torres	Secretario
Excmo. Sr. Dr.	Fernando Casado Juan	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Jaime Gil Aluja	Vocal
Excma. Sra. Dra.	Anna M ^a Gil Lafuente	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Fco. Javier Maqueda Lafuente	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Enrique Martín Armario	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Aldo Olcese Santonja	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Alfredo Rocafort Nicolau	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Arturo Rodríguez Castellanos	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Emilio Ybarra Churruca	Vocal

SECCIÓN TERCERA: PSICOLOGÍA Y CIENCIAS SOCIALES

Excmo. Sr. Dr.	Joan-Francesc Pont Clemente	Presidente
Vacante		Secretario
Excmo. Sr. Dr.	Manuel Castells Oliván	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Ricardo Díez Hochleitner	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Isidro Fainé Casas	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Josep M ^a Fons Boronat	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Vicente Liern Carrión	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Joan Llorens Carrió	Vocal
Excmo. Sr. D.	Manuel Pizarro Moreno	Vocal
Excmo. Sr. D.	Antonio Pont Amenós	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Dídac Ramírez Sarrió	Vocal
Excmo. Sr. D.	Juan Tapia Nieto	Vocal

SECCIÓN CUARTA: LEGISLACIÓN Y JURISPRUDENCIA

Excmo. Sr. Dr.	José Juan Pintó Ruiz	Presidente
Excmo. Sr. Dr.	Enrique Lecumberri Martí	Secretario
Excmo. Sr. Dr.	Mario Aguer Hortal	Vocal
Excmo. Sr. D.	César Alierta Izuel	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Enrique Arderiu Gras	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	José Daniel Barquero Cabrero	Vocal
Excmo. Sr. D.	Carles Casajuana Palet	Vocal
Excmo. Sr. D.	Josep M ^a Coronas Guinart	Vocal
Excma. Sra. Dña.	Isabel Estapé Tous	Vocal
Excmo. Sr. Dr.	Luis Usón Duch	Vocal

