

## **Una revisión metodológica del valor: El valor financiero. Su aplicación al análisis de la inversión**

**Por el Académico Numerario,  
Excmo. Sr. Dr. D. Alfonso Rodríguez Rodríguez**

### **PRESENTACIÓN**

La comunicación que me honro en someter al juicio y consideración de los Excmos. Sres. Académicos presentes es fruto de una prolongada investigación realizada en el Departamento Universitario de “Matemática Económica, Financiera y Actuarial” de la Universidad de Barcelona. Forma parte de un contenido extenso publicado en los libros que cito<sup>1</sup>, desarrollado en cursos y conferencias, y expuesto en congresos especializados en esta materia científica. Tal investigación ha permitido incorporar a los Planes de Estudios de la UB una singular disciplina definida como **Matemática de la Inversión**, continuadora de la **Matemática de la Financiación**, cuyo antecedente se encuentra en la “Matemática de las Operaciones Financieras”.

No obstante estas referencias —que pueden ser útiles para quienes se interesaran en una mayor profundización que la que ahora me es permitida— he considerado oportuno realizar una comunicación directa en este foro, en el que nuestra Real Academia proclama su especialización en el “*estudio, investigación, desarrollo y aplicación de las ciencias Económicas y Financieras*”.

Agradezco la atención de Uds. y prometo respetar el tiempo limitado que a este acto conviene. Entregada una comunicación escrita, me limitaré a realizar ahora una síntesis, obviando en todo lo posible los desarrollos formales propios de la Matemática, y centrando la exposición en los conceptos básicos que determinan las consecuencias metodológicas aquí introducidas. Terminaré la exposición mostrando una aplicación informática original que realiza el análisis financiero de cualquier operación de inversión (OFI), y que muestra sus características y propiedades financieras.

---

1. A. Rodríguez. “Matemática de la Financiación”. Eds. 1974, 1984, 1994. Servicio Universidad.  
A. Rodríguez. “Matemática de la Inversión”. Eds. 1983, 1987. Romargraf.  
A. Rodríguez. “Inmunidad Financiera”. 1994. Servicio Universidad.  
A. Rodríguez. “Fundamentos de la Matemática Financiera”. 1998. Ediciones Gráficas Rey.

## INSUFICIENCIA ECONÓMICA DE LA VALORACIÓN MONETARIA

El valor de un bien, servicio o factor productivo se expresa monetariamente mediante una cierta cuantía en la unidad dineraria de referencia. La *valoración monetaria* preside las transacciones económicas en el consumo y la producción. Hagamos una precisión, nos referimos a la valoración *objetiva* que por su general aceptación, en un cierto entorno, es objeto de estudio y análisis por la Ciencia económica. Existe otra valoración *subjetiva*, la que realiza cada sujeto económico en la toma de sus decisiones que no explican los equilibrios de los mercados, sino que por el contrario, es su disparidad con la valoración *objetiva* el motor de las transacciones que realizan en ellos los diferentes agentes económicos.

La valoración monetaria resulta insuficiente para la explicación del equilibrio de las transacciones y de la situación patrimonial cuando en ellas participan activos dotados de liquidez diferente, o pasivos afectados de diversa exigibilidad. Ello es debido a que el valor económico de la unidad monetaria realiza la medida no es indiferente a la espera que debe soportar hasta su conversión en unidad líquida o inmediatamente exigible. Esta espera se mide por el *diferimiento* temporal hasta el vencimiento. Con independencia de otras consideraciones sobre la estabilidad temporal de la unidad monetaria –que ahora no nos corresponde contemplar– este hecho económico es indiscutido e indiscutible, y se conoce como *preferencia por la liquidez*, en los activos, al que añadimos para los pasivos la que podríamos calificar como *aversión a la exigibilidad*, o bien, *preferencia por la exigibilidad diferida*. Ambos principios tienen un fundamento común: el mayor valor económico del dinero *inmediato* respecto al más *lejano* o futuro.

En las transacciones financieras simples esta circunstancia habitualmente se corrige mediante la adición de un *plus* de interés que restablezca el equilibrio entre los diferentes valores temporales de una misma moneda. Pero este *corrector*, añadido, no resuelve la valoración económica en los activos más complejos, compuestos por elementos no monetarios y dotados de diferente liquidez o exigibilidad.

Para un mejor entendimiento consideremos un ejemplo paradigmático: el balance contable que expresa el valor de todos los agregados complejos que integran las masas patrimoniales de la empresa.

## UN EJEMPLO PARADIGMÁTICO: EL BALANCE EMPRESARIAL

En efecto, en el balance empresarial la suma del Activo representa el valor monetario de un agregado de masas patrimoniales con diversa liquidez. Desde inmovilizados muy *largos*, como terrenos y construcciones, hasta una tesorería inmediatamente líquida. En medio existen cuentas intermedias, a su vez agregados de otros activos de liquidez diversa. En estas circunstancias, la suma del Activo conculca el *principio de homogeneidad* de los sumandos. Explica el *valor monetario* de los activos que incorpora, pero no su *valor económico*, por agregar cuantías dinerarias referidas a unidades monetarias de diferente valor. Tampoco explican el valor económico los saldos de las cuentas, que son, a su vez, agregados parciales de otras masas patrimoniales de diferente liquidez.

Coexisten también en el Pasivo los fondos propios, no exigibles, con créditos ya vencidos e inmediatamente exigibles. Lo mismo sucede en las cuentas intermedias en las que se agregan pasivos de diversa exigibilidad. Entonces, tampoco la suma del Pasivo describe correctamente la valoración económica patrimonial, sino tan sólo una *valoración monetaria*.

Concluimos diciendo que la valoración de masas patrimoniales de liquidez o exigibilidad complejas precisa de otra valoración económica más comprensiva que la meramente monetaria. Esta es la *valoración financiera* a la que seguidamente nos referiremos.

## LA VALORACIÓN FINANCIERA

La valoración financiera añade a la componente monetaria una componente temporal, explicativa de la liquidez o exigibilidad del elemento patrimonial considerado, y agregado en cada caso. Entonces, se produce una valoración *binaria* –no bidimensional– que carece de la simplicidad operativa de la aritmética escalar, propia de aquellas magnitudes en las que el número real es medida suficiente de su valor. El álgebra de valores financieros –versus monetarios– es un álgebra vectorial compleja, que carece de la sencillez del álgebra escalar. Esta dificultad explica suficientemente la ausencia de su desarrollo en los análisis económicos.

La *medida* del valor financiero incluye dos componentes numéricas que son: la *cuantía* (monetaria) y el *diferimiento* (temporal), plazo de espera hasta el vencimiento. Así, el valor financiero debe expresarse en dos diferentes unidades de medida, monetaria y temporal. El vector *binario complejo* que describe la medida del valor financiero carece de álgebra escalar o numérica. La agregación de valores financieros no se resuelve, mediante una simple suma aritmética (aspecto ya destacado en nuestra referencia a las sumas del Activo y Pasivo del balance y a los saldos de las cuentas del mismo). Esta dificultad operativa y formal se salva en nuestro análisis y modelo financiero. Por ello, no está justificado ya el desistimiento una correcta valoración económica que no se limite a la mera valoración monetaria.

En las transmisiones de activos financieros de renta fija, en que el corrector por interés se manifiesta —explícita o implícitamente— en los mercados de dinero, la práctica financiera frecuentemente sustituye los valores monetarios *faciales* por sus *valores actuales*. De este modo se neutraliza la segunda componente del valor, mediante una calculada corrección en la primera componente. (En la convencional *cesta* económica binaria, carne-pescado, ello equivaldría a sustituir uno de los alimentos por una mayor cantidad del otro). Pero esta práctica tan sólo permite una agregación monetaria *financieramente equivalente*, mediante la suma aritmética de valores actuales referidos todos al origen. Pero ello desvirtúa el valor monetario real de cada activo, a la vez que ni explica, ni describe, la composición real del agregado. (En el paralelismo con la mencionada cesta de alimentos, una provisión única de carne —o bien de pescado— puede que tenga el mismo valor económico que la cesta mixta, pero nunca explicará ni describirá la misma dieta).

Concluimos diciendo que la actualización financiera sólo homogeneiza *artificialmente* la liquidez de los agregados, pero al precio de destruir su representación monetaria (primera componente) y su composición.

En todo caso, esta práctica no es generalizable a otros agregados no financieros (considérese la distorsión que se produciría en la representación del balance empresarial si sus valores monetarios fueran sustituidos por valores actualizados, con tipos de interés opináticos y expuestos a la volatilidad temporal).

## LA REDUCCIÓN FINANCIERA

Hemos visto como la valoración financiera comporta un importante *reto metodológico*, el de la representación binaria, que sin desfigurar la componente de valores monetarios de los agregados incorpore, además, el grado de liquidez o de exigibilidad, soportada por un álgebra operativa, necesaria para los requerimientos que las descripciones y las transacciones económicas exigen en sus valoraciones. Tal álgebra es posible mediante la introducción del concepto de *reducción financiera* del agregado que seguidamente exponemos.

En agregados de activos con diversa liquidez, los *diferimientos* muestran una dispersión cuya descripción precisa de la *reducción estadística*. En el presente caso, *reducción estadístico-financiera*. Ella conduce a la introducción del *diferimiento medio* del agregado como el diferimiento (T) que, junto a la suma de sus cuantías (C), determina un activo dotado del mismo valor financiero que el agregado complejo<sup>2</sup>. Tal activo simple, de *cuantía* única y diferimiento único, puede sustituir financieramente al agregado complejo con múltiples cuantías y diferimientos, sin alterar en absoluto el valor monetario del agregado, ni el equilibrio de las transacciones en que participa debido a su equivalencia financiera. Tal activo se denomina *suma financiera* del agregado, por que permite introducir formalmente la operación de *agregación* en el álgebra de vectores financieros binarios (álgebra financiera).

$$\begin{aligned} \{(C_T, T_T)\} &\sim (C, T) \\ \Sigma\{(C_T, T_T)\} &= (C, T) \end{aligned}$$

En el balance empresarial las sumas del Activo y del Pasivo,  $C_A$  y  $C_P$  (primeras componentes monetarias de los agregados), se completan con los diferimientos medios,  $T_A$  y  $T_P$  (segundas componentes temporales). Entonces, el *equilibrio monetario* del balance, que habitualmente expresan las sumas del Activo y del Pasivo,

$$C_A = C_P$$

---

2. El cálculo del *diferimiento medio* exige la consideración del *ambiente financiero* descrito por la vigente ETTI (estructura de tipos de interés). El análisis dispone de los algoritmos y aplicaciones informáticas que permiten determinar el diferimiento medio sea cual fuere el ambiente financiero, estacionario o dinámico.

se completa ahora con la descripción de su *desequilibrio financiero*,

$$T_A \neq T_P$$

mostrado por la desviación existente entre los diferimientos medios del Activo y del Pasivo. Esta desviación, en signo y cuantía, define el grado global de la liquidez empresarial.

### LA REDUCCIÓN DE LAS OPERACIONES

En las transacciones complejas se intercambian múltiples valores financieros de diversa liquidez. Se pueden formalizar mediante un esquema *input-output* de conjuntos financieros de capitales, emergentes y salientes,

$$\begin{aligned} \text{input: } & \{(C_r, T_r)\}; r = 1, 2, \dots, n \\ \text{output: } & \{(C'_s, T'_s)\}; s = 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

La reducción financiera de los agregados miembros permite la *reducción de la operación compleja* a otra simple o elemental, sin merma alguna de sus propiedades en el equilibrio del mercado (consecuencia de la propiedad transitiva de la equivalencia).

En la operación elemental equivalente, cuyos miembros son,

$$\begin{aligned} \text{input: } & (C, T) \\ \text{output: } & (C', T') \end{aligned}$$

los capitales  $(C, T)$  y  $(C', T')$  son sumas financieras de los conjuntos miembros de la operación compleja,  $\{(C_r, T_r)\}$  y  $\{(C'_s, T'_s)\}$ . Por tanto, son equivalentes financieramente a éstos:

$$\begin{aligned} \{(C_r, T_r)\} & \sim (C, T) \\ \{(C'_s, T'_s)\} & \sim (C', T') \end{aligned}$$

Apreciaremos inmediatamente la importante potencia operativa que al análisis financiero incorpora la reducción de las operaciones.

## MAGNITUDES BÁSICAS DE LA INVERSIÓN: CUANTÍA, INMOVILIZACIÓN Y RENDIMIENTO

Una *operación de inversión* supone la afectación de activos (*inputs*), con restitución de otros (*outputs*), en un determinado ambiente financiero de certeza o incertidumbre (muy raramente estocástico). Si los activos son financieros, la operación de inversión tiene inicialmente definidas las cuantías y su liquidez. Si no lo son es posible su descripción mediante los capitales financieros que los representan.

En la descripción de la operación de inversión, la *cuantía inmovilizada* es la suma aritmética de las cuantías de los *inputs*, y coincide con la cuantía (C) de su suma financiera. Por el contrario, el *plazo de inmovilización* resulta impreciso, pues coexisten diferentes plazos, dependientes de las fechas de ingreso y de recuperación de las cuantías monetarias que en ella participan.

El *rendimiento absoluto* es la diferencia entre las cuantías agregadas del *output* y del *input* (cuantías de sus sumas financieras),

$$R = C' - C.$$

el rendimiento absoluto no depende del plazo de la inmovilización, pero incumple el principio de homogeneidad de los términos puesto que las cuantías sumas tienen diferente liquidez.

El *rendimiento relativo* o rentabilidad relaciona el rendimiento absoluto con la cuantía y el plazo de la inmovilización. En las operaciones complejas la imprecisión del plazo de inmovilización impide la definición directa de la rentabilidad. La necesidad de obviar este plazo ha sugerido al análisis financiero una muy discutible medida indirecta de la rentabilidad, la TIR (tasa de rendimiento interno). Ésta tasa –aparte de eliminar en su determinación el plazo de la inmovilización– ignora los tipos de interés existentes en el mercado es decir, el ambiente financiero. Ello resulta aún más paradójico por tratarse de una medida de rentabilidad cuya naturaleza pretende ser financiera.

Dejando para adelante un análisis más profundo y crítico de la TIR, abordamos ahora la correcta medida del rendimiento relativo, o rentabilidad de la inversión, sin necesidad de su concurso. Lo permite precisamente la reducción financiera de las operaciones, pues nos proporciona una solución muy sencilla al confuso plazo de la inmovilización en las operaciones complejas.

**EL PLAZO FINANCIERO MEDIO**

La reducción financiera permite definir un *plazo financiero medio* (PFM) para la inmovilización de la operación de inversión compleja, con capacidad de poder sustituir a los plazos que corresponden estrictamente a las cuantías monetarias que en ella participan, ello sin alterar sus propiedades financieras ante la equivalencia.

En la operación elemental el plazo de inmovilización está bien definido, como diferencia entre los únicos diferimientos del *output* y del *input*

$$t = T' - T$$

Este plazo afecta por igual a todas las unidades monetarias invertidas. Entonces, en la operación elemental equivalente a la compleja –por la reducción financiera– todas las unidades monetarias que integran la cuantía inmovilizada (C), suma de las cuantías del *input* de la operación, tienen definido el plazo de su inmovilización como diferencia entre los *diferimientos medios* del *output* y del *input* de la operación compleja,

$$t(\rho^o) = T'(r^o) - T(\rho^o)$$

Observamos en este plazo su dependencia del tipo de interés del mercado  $\rho^o$ , por ser los *diferimientos medios* de los conjuntos *input* y *output* también funciones del mismo.

El plazo financiero medio se comporta como un *plazo medio* de los diversos plazos que participan en la inmovilización compleja, siendo *financieramente equivalente* considerar su diversidad en cada una de las cuantías participantes, que atribuir a todas ellas este único plazo. Entonces, la efectiva inexistencia de un plazo único de inmovilización en las operaciones complejas, con la secuela de imposible definición directa de su rentabilidad, se salva introduciendo este PFM sustitutivo. Es decir, mediante la reducción financiera de la operación compleja a su equivalente elemental. Ello hace sencillo e inmediato el estudio correcto de la rentabilidad en las operaciones complejas –sin el inoportuno recurso a la TIR– realizando su estudio en la operación equivalente elemental.



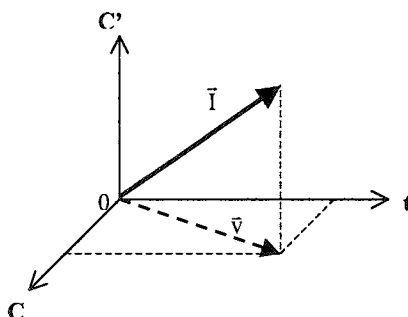
## REPRESENTACIÓN VECTORIAL DE LA OPERACIÓN FINANCIERA

En toda operación financiera pueden considerarse básicas las tres componentes que la definen en la operación equivalente elemental: la *cuantía agregada* ( $C$ ) del *input*, el PFM ( $t$ ) y la *cuantía agregada* ( $C'$ ) del *output*. A partir de ellas se pueden deducir todas las demás magnitudes financieras que financieramente describen la operación.

Ello permite la representación formal de toda operación financiera mediante un vector en el espacio tridimensional,

$$\vec{I} \equiv (C, t, C')$$

Las dos primeras componentes del vector definen la *inmovilización financiera*, en cuantía y plazo, siendo proyección del vector sobre el plano:  $\vec{v} \equiv (C, t)$ . La restante componente permite la determinación del rendimiento en sus diferentes acepciones.



## RENTABILIDAD-PRODUCTIVIDAD

La acepción más vulgar de la rentabilidad de un capital invertido se identifica con su *productividad* financiera. En efecto, el capital invertido e inmovilizado es el *factor productivo* del cual el rendimiento es *producto* de la actividad inversora. La Teoría económica define la *productividad* del factor como la relación existente entre las unidades físicas del *producto* y las del *factor*. La definición monetaria del rendimiento, y la monetaria-temporal de la inmovilización financiera, conducen a la siguiente expresión de la productividad de la inversión,

$$r = \frac{R}{C \cdot t}$$

que representa el rendimiento por unidad monetaria-año de la misma. Tal es el concepto conocido vulgarmente como *rentabilidad* de la inversión.

Dentro de esta misma acepción aún cabe otra definición más precisa, considerando la reinversión paulatina del rendimiento obtenido y no retirado dentro de la propia operación inversora. Ello sucede siempre con la operación simple o elemental, donde los rendimientos incrementan paulatinamente la inmovilización inicial durante todo el plazo hasta su única retirada final. Entonces, en la operación elemental la *rentabilidad estricta* es<sup>3</sup>

$$\rho = \frac{1}{t} \ln \frac{C'}{C}$$

expresión también extensible a la rentabilidad estricta de la operación compleja de la que la operación elemental es su equivalente financiera.

Ni el *rendimiento absoluto*, ni la *rentabilidad-productividad*, sea estricta o no, descuentan del resultado el coste de la financiación del capital inmovilizado. O bien, su coste de oportunidad si la inversión es financiada por el propio inversor. Siendo  $I$  el interés del mercado, correspondiente a la cuantía y al plazo de la inmovilización, es el *coste financiero de la inversión*. Considerando los tantos de interés,  $i^\circ$  nominal, y  $\rho^\circ$  continuo, las expresiones

$$\begin{aligned}\hat{R} &= R - I \\ \hat{r} &= r - i^\circ \\ \hat{\rho} &= \rho - \rho^\circ\end{aligned}$$

definen el *rendimiento neto* y las *rentabilidades netas*, no estricta y estricta, respectivamente.

---

3. La *rentabilidad estricta* se obtiene de la ecuación  $C' = C \cdot e^{\rho t}$ .

## LA RENTABILIDAD ECONÓMICA

La Teoría Económica define la *rentabilidad* del factor / producción como la relación existente entre el *valor* monetario del producto obtenido y el *coste* monetario de dicho factor / producción. En la operación financiera, debido a su propia naturaleza monetaria, el *valor* monetario del producto coincide con el rendimiento. El *coste* monetario de la inversión es el coste financiero de la inmovilización. Entonces, son

$$\delta = \frac{R}{I} \text{ y } \hat{\delta} = \frac{\hat{R}}{I}$$

las *rentabilidades*, *bruta* y *neto* respectivamente. Existe entre ellas la relación

$$\delta = \hat{\delta} + 1$$

que muestra indiferente cualquiera de ellas para la selección de la inversión óptima, siguiendo el criterio financiero de la rentabilidad económica.

## EL SIGNIFICADO FINANCIERO DE LA TIR

El análisis financiero convencional desconoce la reducción financiera de la operación y con ello la existencia de un plazo financiero medio en la inmovilización. La inexistencia del plazo único, unida a la confusión conceptual entre rendimiento e interés, han permitido la introducción del instrumento TIR, como una medida espúrea de la rentabilidad de una inversión (siempre en el sentido rentabilidad-productividad).

La TIR es tan sólo una tasa o tipo implícito de interés. Es estricta, por incluir en su definición la afectación del interés generado por la propia operación (principio del interés compuesto). Consideremos entonces el error conceptual que supone confundir financieramente *rendimiento* con *interés*.

- El *interés* es el precio que el mercado atribuye, y con el que retribuye, la liquidez del dinero. Su definición es externa y exógena a la operación financiera. El interés, como todo precio, define un equilibrio en el mercado. En el mercado del dinero en este caso. El interés siempre es positivo, como cualquier otro precio.

- El *rendimiento*, por el contrario, es una magnitud interna, resultado de la pro-

pia operación inversora. Procede del desequilibrio entre los valores del *input* y del *output*. Su naturaleza es endógena y marginal, como todo resultado empresarial. El rendimiento acepta el doble signo, para beneficio o pérdida. No obstante estas sustantivas diferencias, rendimiento e interés se confunden habitualmente en la práctica financiera, desconociéndose una naturaleza y funcionalidad económica tan diferentes.

El *rendimiento bruto* engloba rendimiento neto e interés. El inversor del capital propio recibe ambos conjuntamente, como rendimiento bruto. El inversor que se financia externamente ha de descontar el interés del ente financiante, restando sólo a él el *rendimiento neto*. El interés, sumado a la cuantía agregada del *input*, permite una comparación homogénea con la cuantía agregada del *output* en términos de liquidez (pues ambas tienen diferimiento  $T'$ ). Contrariamente, el rendimiento bruto es diferencia de cuantías dinerarias no homogéneas (con diferimientos  $T'$  y  $T$  respectivamente).

La TIR es tasa implícita de interés pero no es *tasa de rendimiento*. Cuando una operación del mercado de dinero –operación de financiación financieramente equilibrada– no explicita el precio, la tasa implícita de interés puede deducirse del propio equilibrio financiero entre ambos valores del *input* y del *output*.

La TIR se calcula como la solución de una ecuación polinómico-exponencial<sup>4</sup>, ecuación que por su definición formal puede tener varias soluciones, una o ninguna. Pero, sorprendentemente, la rentabilidad sólo puede tener una medida. La interpretación de esta curiosa paradoja –que I. Fisher descubrió y no resolvió– se basa precisamente en la distinción financiera entre rendimiento e interés. La medida del rendimiento relativo es única, pero pueden existir varios tipos de interés que definan el equilibrio financiero de la operación. También puede resultar imposible tal equilibrio. Debido a la compleja estructura de la operación ésta podría realizarse con diferentes tipos en el mercado del dinero (caso de soluciones múltiples) manteniendo todos el necesario equilibrio. También podría no existir mercado capaz de asumirla, con ningún tipo de interés (solución inexistente) siendo el equilibrio imposible. En este caso sí puede existir como una operación de *inversión*, siendo su desequilibrio el origen y la consecuencia de su rendimiento.

---

4. La ecuación que condiciona  $\rho$  es  $\sum_r C_r \cdot e^{\rho \cdot T_r} = \sum_s C'_s \cdot e^{\rho \cdot T'_s}$ .

La reducción financiera, además de habilitar la definición del plazo financiero medio y la consecuente determinación correcta del rendimiento relativo, permite definir un algoritmo nuevo que conduce al cálculo de la TIR, y conocer anticipadamente sus posibles soluciones (aspectos inalcanzables para el análisis financiero convencional). Nuestra investigación permite afirmar que el número máximo de soluciones posibles para la TIR son tres, y una siempre con signo contrario al de las otras dos. Entonces, sólo pueden existir dos soluciones positivas y significativas como tales tipos de interés.

Los resultados a los que puede conducir la TIR, en su interpretación como una tasa de rendimiento, pueden ser aberrantes. La TIR actualiza los capitales con el tipo de interés interno que ella misma determina en su cálculo del equilibrio financiero. Entonces, una TIR negativa define siempre como ruinoso un proyecto de inversión, pero lo hace realizando las actualizaciones con un tipo de interés negativo, contra la más elemental lógica financiera. Sin embargo, sucede que el proyecto inversor puede ser extraordinariamente rentable, si lo comprobamos actualizando con el tipo de interés del mercado (el tipo que la TIR siempre ignora)<sup>5</sup>.

## RAZONES QUE EXPLICAN LA PERMANENCIA DE LA TIR

Pese a tales críticas (que no afectan al significado de la TIR como *tipo de interés implícito*) la TIR mantiene una indudable presencia en los análisis financieros de proyectos de inversión. Ello se explica por las siguientes razones:

- El desconocimiento de otras magnitudes que puedan sustituirla como medida de la rentabilidad de las operaciones complejas, con absoluta corrección financiera (en particular de la *tasa de rendimiento bruto*). Ello es consecuencia del desconocimiento general de la *reducción financiera* de la operación compleja.

- La TIR existe siempre en las operaciones elementales y con solución única. En ellas la TIR coincide con la *tasa de rendimiento bruto*, pudiendo deducirse de ella la *tasa de rendimiento neto* por simple diferencia con el tipo de interés del mercado.

---

5. También se muestran en dicha obra ejemplos numéricos de inversiones rentables cuya TIR es negativa.

Pero tales propiedades se generalizan incorrectamente, no siendo extensibles a operaciones *complejas*.

- En las operaciones *cuasi-elementales* –de *input* unitario y *output* múltiple– (ejemplo, la adquisición de un bono al contado) la TIR existe y es única, pero difiriendo de la *tasa de rendimiento bruto*, y realizando una falsa medida de la verdadera rentabilidad de la operación. Aquí no es lícito deducir la tasa de *rendimiento neto* por su diferencia con el tipo de interés del mercado.

- En las restantes operaciones *complejas* –de *input* y *output* múltiples– puede producirse la inexistencia y la multiplicidad en las soluciones, pero sólo en condiciones muy particulares. En el caso múltiple, una de las dos soluciones positivas es frecuentemente descartable por su anormal valor como tipo de interés (aunque fuera aceptable como una tasa de rendimiento). El cálculo convencional de la TIR sólo detecta una solución e ignora las otras posibles. Sin embargo, ninguna de las soluciones corresponde a la *tasa de rendimiento bruto*, no habilitando deducir el *rendimiento neto* por su diferencia con el tipo de interés del mercado.

- La TIR elude el estudio del *ambiente financiero* (los tipos de interés existentes en el mercado). Ello proporciona un análisis financiero tan cómodo como absolutamente incorrecto.

- Finalmente, si el valor de la TIR es próximo al tipo de interés del mercado (lo que supone mínimo rendimiento neto y fuerte aproximación al equilibrio) el error que la TIR introduce resulta relativamente mermado.

## LA TASA DE RENDIMIENTO BRUTO (TFR)

La *tasa de rendimiento bruto estricta* (TFR), a la que reiteradamente aludimos en otros epígrafes, corresponde a la expresión

$$\rho = \frac{1}{t(\rho^o)} \ln \frac{C'}{C}$$

con resultado único y determinado en función del tipo de interés del mercado  $r^o$  (tipo de interés continuo). Difiere de la TIR, cuya expresión obtenida de la operación redu-

cida es solución de la ecuación

$$\rho = \frac{1}{t(\rho)} \ln \frac{C}{C}$$

La comparación entre ambas expresiones permite realizar estas observaciones:

1. En la expresión de la TIR se aprecia la sustitución del tipo de interés del mercado por la TIR (confirmando el uso de la TIR en sus actualizaciones).
2. La TFR es determinada, mientras que la TIR es solución de una ecuación.
3. En las operaciones elementales el *plazo financiero medio* (denominador de ambas expresiones) no depende del tipo de interés, razón por la que ambas tasas coinciden en ellas. Por el contrario, en las operaciones complejas el *plazo financiero medio* es función del tipo de interés, razón por lo que ya no coinciden.
4. La extraordinaria sensibilidad a la variación y volatilidad de los tipos de interés implica que la sustitución que introduce la TIR pueda alterar sustantivamente la decisión inversora, y la preferencia ante una alternativa inversora<sup>6</sup>.
5. La *tasa de rendimiento neto* se obtiene restando de la tasa de rendimiento bruto (TFR) el tipo de interés del mercado. La TIR no la contempla en su análisis (que ignora el tipo del mercado). La tasa de rendimiento neto no puede obtenerse de la TIR salvo en las operaciones elementales, en donde la TIR coincide con la tasa de rendimiento bruto.

Debemos reiterar, en todo caso, que la magnitud más significativa para la decisión inversora no es la *rentabilidad-productividad*, sea la TIR o la TFR su medida, sino la que expresa la *rentabilidad económica* de la inversión, en su forma bruta o neta.

## LA SELECCIÓN DE LA INVERSIÓN ÓPTIMA ANTE UNA ALTERNATIVA

Formalmente, una *alternativa inversora* es un conjunto de  $n$  opciones o vectores

$$\{\vec{I}_j\}; \text{ siendo } \vec{I}_j = (C_j, t_j, C_j); j = 1, 2, \dots, n$$

Su *ordenación* con criterio financiero permite seleccionar la *inversión óptima*.

---

6. Varios ejemplos numéricos en los que se produce esta alteración se muestran en "Matemática de la Inversión". Op.cit.

Dos criterios se simultanean sustitutivamente en la ordenación: el criterio del *rendimiento absoluto* y el del *rendimiento relativo*. En la selección convencional de inversiones tales criterios se corresponden con los criterios del *valor capital* y de la TIR, respectivamente.

En alternativas inversoras cuyas opciones tienen *inmovilización flexible* (permiten la inversión de la financiación total disponible, tanto en cuantía como en plazo) ambos criterios coinciden. No así en alternativas inversoras con opciones de *inmovilización rígida*, en las que cada opción determina exactamente la cuantía a invertir, el plazo de la inmovilización, o ambos.

En la ordenación por el criterio del *rendimiento absoluto* se considera la magnitud más representativa el *valor actual del rendimiento neto* en cada opción, descontado al tipo de interés del mercado ( $\hat{R}_0^j$ ), coincidiendo así con el *valor capital*. Lo justifica que el rendimiento neto sin actualizar ( $\hat{R}^j$ ) tiene en cada opción la liquidez del diferimiento medio de su *output* ( $T^j$ ), no resultando comparable entre diferentes opciones. Por el contrario sí son *equidiferidos* los rendimientos netos actualizados ( $\hat{R}_0^j$ ) y comparables por tanto.

La ordenación por el criterio del *rendimiento relativo* considera la magnitud más representativa la *rentabilidad económica neta* ( $\hat{\delta}$ )—no la TIR por razones ya expuestas. Esta magnitud es adimensionada e invariante, por tanto, al cambio de las unidades, tanto monetarias como temporales. Es comparable en las distintas opciones de la alternativa.

La indiferencia de ambos criterios de ordenación en opciones de *inmovilización flexible* ahora es fácil de comprobar. Teniendo la misma inmovilización, en cuantía y plazo (inversión total del capital disponible), soportan todas el mismo coste financiero ( $I$ ). Tienen por tanto el mismo valor actual del mismo ( $I_0$ ), coincidiendo en todas las opciones los denominadores en la expresión

$$\hat{\delta} = \frac{\hat{R}}{I} = \frac{\hat{R}_0}{I_0}$$

resultando indiferente el criterio del rendimiento absoluto y del relativo ( $\hat{R}_0$  o  $\hat{\delta}$ )

Por el contrario, en las opciones de *inmovilización rígida* difieren los costes financieros de las opciones, no resultando indiferentes ambos criterios. Ello aclara



definitivamente una conocida controversia sobre la identificación de los criterios convencionales del valor capital (rendimiento absoluto) y de la TIR (rendimiento relativo).

En las alternativas inversoras con opciones rígidas la preferencia por uno de los criterios la decisión ha de ser *subjetiva*. En efecto, la elevada rentabilidad no justifica la preferencia, si la inmovilización es exigua, frente a otra de inferior rentabilidad pero de un importante rendimiento absoluto, debido a su mayor inmovilización. La frontera entre ambos criterios es subjetiva y la elección no corresponde al análisis financiero objetivo.

Aún así se puede avanzar en la descripción de la alternativa ilustrando más al inversor. En una escala de preferencias del 0 al 1 se puede determinar un parámetro  $\lambda$ , tal que corresponda 0 a la preferencia objetiva por el rendimiento relativo, y 1 a la preferencia objetiva por el rendimiento absoluto. Los restantes valores de  $\lambda$ , entre 0 y 1, corresponderían a *grados de preferencia subjetiva* entre ambos criterios. Diseñado entonces el *índice de preferencia*

$$\gamma = \hat{\mathbf{R}}_0^\lambda \cdot \hat{\delta}^{1-\lambda}$$

permite determinar un *valor crítico*  $\gamma_{TS}$  para cada par de opciones  $(\vec{I}_r, \vec{I}_s)$ , en el que *objetivamente* se produce el cambio en la ordenación del par. Tales valores críticos permiten una *ordenación total* de las opciones de la alternativa, particionando en subintervalos la escala (0-1), definidos ellos por los valores críticos de todos los pares existentes en la alternativa. Ordenación que considera simultáneamente ambos criterios<sup>7</sup>.

Ello extrema la información objetiva posible sobre la alternativa inversora, deducible de sus características financieras, con independencia de la subjetiva decisión final que corresponde al inversor. Adoptada ésta, el inversor conocerá el intervalo en el que situó su desconocido parámetro  $\lambda$ , y el nivel relativo de su decisión entre ambos criterios.

---

7. La ordenación completa de la alternativa inversora, considerando simultáneamente ambos criterios y el parámetro  $\lambda$  que define la posición relativa entre ambos, en la escala (0,1), así como la determinación de los valores críticos de cada par de opciones en los que se produce una alteración en su ordenación, han sido programados en una aplicación informática que tan sólo precisa la introducción de los datos que definen las opciones y los tipos de interés del mercado (ETTI). Ejemplos numéricos ilustran esta aplicación en la obra "Matemática de la Inversión", op.cit.

## UNA APLICACIÓN INFORMÁTICA

Reconozco y confieso la densidad de conceptos aquí incorporados, en tan breve espacio de tiempo, y pido disculpas por ello a los Excmos. Sres. Académicos. Mi intención, en todo caso, ha sido mostrar, con una mayor o menor claridad y profundidad, los avances de una investigación muy productiva, y no muy conocida, en el análisis de las operaciones financieras.

Para finalizar mostraré una aplicación informática original basada en la misma que permite representar –radiografiar podría decirse– cualquier operación financiera a través del *input* y del *output*, en un cierto ambiente financiero, deduciendo de ellos sus propiedades y características.

La aplicación cuantifica las magnitudes básicas (inmovilización, plazo financiero medio, rendimientos absoluto y relativo, brutos y netos, el valor capital, las TIR existentes y las rentabilidades brutas y netas) para un tipo de interés del mercado. Informa, además, de sus parámetros críticos, de los tipos de inmunización y de los intervalos de degeneración.

La representación gráfica de la operación se realiza a través de las *funciones características*: PFM, DUR, HIP y DIF.