Real Academia
de Ciencias Económicas y Financieras

De la teoría de la dirección del conocimiento al equilibrio de fuerzas generalizado

La realización de esta publicación
ha sido posible gracias a

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA Y DEPORTE

con la colaboración de

Obra Social "la Caixa"

Barcelona 2014

Publicaciones de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras

Selten, Reinhard

From learning direction theory to generalized impulse balance / discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras …Reinhard Selten y contestación… Jaime Gil Aluja.

Bibliografía

ISBN-13: 978-84-695-9921-1

I. Título II. Gil Aluja, Jaime III. Colección

1. Discursos académicos 2. Teoría de juegos

QA269

La Academia no se hace responsable de las opiniones expuestas en sus propias publicaciones.
(Art. 41 del Reglamento)

Editora: © Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras, Barcelona, 2014

ISBN-13: 978-84-695-9921-1

Depósito legal: B-12268-2014
Nº registro: 201421551

Imprime: Ediciones Gráficas Rey, S.L.—c/Albert Einstein, 54 C/B, Nave 12-14-15
Cornellà de Llobregat—Barcelona

Publicaciones de la Real Academia de Ciencias
Económicas y Financieras

De la teoría de la dirección del conocimiento al equilibrio de fuerzas generalizado

Discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras
como Académico Correspondiente para Alemania, leído el 25 de marzo de 2014,
por

EXCMO. SR. DR. D. REINHARD SELTEN

Y contestación del Académico de Número

EXCMO. SR. DR. D. JAIME GIL ALUJA

Barcelona, 2014

Sumario

Discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias Económicas
y Financieras leído el 25 de marzo de 2014
por el Académico Correspondiente para Alemania

EXCMO. SR. DR. D. REINHARD SELTEN

Discurso de contestación por el Académico de Número

EXCMO. SR. DR. D. JAIME GIL ALUJA

EXCMO. SR. DR. D. REINHARD SELTEN

DE LA TEORÍA DE LA DIRECCIÓN DEL CONOCIMIENTO AL EQUILIBRIO DE FUERZAS GENERALIZADO[1]

RESUMEN

La presente disertación es una adaptación del discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras, realizado por el profesor Reinhard Selten el 25 de marzo de 2014 en Barcelona. El doctor Selten, Premio Nobel de Economía en 1994, expone algunas de sus principales teorías de predicción del comportamiento en superjuegos. Los modelos teóricos presentados son analizados y comparados con otros modelos clásicos de predicción del comportamiento en juegos. Los experimentos realizados en su laboratorio de la Universidad de Bonn son fundamentales para el cálculo comparativo.

Palabras clave: superjuegos, estrategia, equilibrio, teoría de la dirección del conocimiento, equilibrio de fuerzas generalizado.

ABSTRACT

The current document is an abstract of the welcoming speech at the RACEF by professor Reinhard Selten on the 25th of March of 2014 in Barcelona. Professor Stelten, Economy Nobel Prize Winner in 1994, sets out some of his theories on prediction of “supergames” behavioural. The presented theoretical models are analysed and compared to other classical game behavioural models. His research and essays conducted at his laboratory at the University of Bonn are vital for the comparative calculations.

Keywords: supergames, strategy, leverage, knowledge management generalised leveraged forces.

---

1. Adaptado en formato de texto por D. Salvador Linares Mustarós, profesor e investigador del Área de Matemáticas del Departamento de Empresa de la Universidad de Girona.

Excelentísimo Señor Presidente,
Excelentísimos Señores Académicos,
Excelentísimas e ilustrísimas Autoridades,
Distinguidas Señoras y Señores.

Me siento muy halagado y muy honrado al pasar a formar parte de esta importante Institución, e intentaré ofrecerles el discurso de ingreso cuyo título es *De la teoría de la dirección del conocimiento al equilibrio de fuerzas generalizado*.

Aspiro a impartirles una conferencia sobre los objetivos de la investigación que, a lo largo de los años, nos ha llevado a disponer de una serie de teorías y conceptos que apuntan hacia una teoría del equilibrio de fuerzas generalizado.

Me gustaría empezar por una idea básica de la misma, la idea elemental que puede explicar esta teoría.

La teoría básica se sintetiza en "la historia del arquero". El arquero quiere disparar una flecha con el arco al tronco de un árbol que se encuentra a una cierta distancia. Si dispara y la flecha pasa por la derecha del tronco, el arquero no alcanza el tronco y, a continuación, desplazará el arco para disparar más a la izquierda. Sin embargo, podría desplazarlo demasiado y entonces la flecha escaparía por la izquierda del tronco, por lo que el arquero corregiría de nuevo hacia la derecha y así hasta que, por fin, alcanzara el tronco.

Lo relevante de este comportamiento en relación con nuestra teoría es que el arquero se deja dirigir, en sus cambios de comportamiento, por el pasado. O sea, no es que haga un cómputo para dirigir la flecha, sino que intenta afinar la puntería a partir de su experiencia.

Así pues, lo que les voy a exponer no es más que una teoría sobre cómo las personas aprenden a partir de la experiencia. Las ideas son muy sencillas y se remontan a nuestros experimentos con los superjuegos.

Permítanme presentarles el concepto de superjuego a partir de un juego clásico.

En la figura 1 tenemos una representación del juego “el dilema del prisionero”. Un juego de dos jugadores con dos posibles estrategias de decisión que identificaremos con la expresión 2x2.

MATRIZ DE PAGOS		Jugador 2	
		A	B
Jugador 1	A	60 60	-50 145
	B	145 -50	10 10

Figura 1

Cada jugador debe elegir entre la estrategia A o la estrategia B en función de las siguientes consideraciones:

Si ambos jugadores escogen la estrategia A, cada uno obtiene un cobro de 60.

Si el primer jugador elige la estrategia A y el segundo la B, el primero debe realizar un pago de 50 mientras que el segundo obtiene 145 de beneficio.

Si el primer jugador elige la opción B y el segundo la A, es el primero quien recibe 145 mientras que el segundo pagará 50.

Finalmente, si ambos se deciden por la estrategia B, cada jugador recibe un beneficio de 10.

En los campos de la matriz de la figura 1, las recompensas del primer jugador están en la parte superior izquierda. La recompensa del segundo jugador está en la esquina inferior derecha de cada campo.

Podemos observar, en primer lugar, que la estrategia B es una estrategia provechosa para ambos jugadores con independencia de la estrategia elegida por el jugador oponente, mientras que la estrategia A resulta beneficiosa o infructuosa en función de lo que elija el contrincante.

Es evidente que si ambos pactaran elegir la opción A y se respetase el pacto ambos saldrían ganando sin perjudicar al otro. Ahora bien, aun habiendo realizado un pacto a priori, la sospecha de una traición junto con la posibilidad inherente de sufrir pérdidas no permite que ningún jugador racional elija la opción A y, por lo tanto, la estrategia de los dos jugadores a una sola partida es que ambos se decidan por la estrategia B.

Por lo tanto, el hecho de que la estrategia B sea provechosa para ambos, mientras que la A quizás no, asegura que los dos jugadores elegirán la opción B. De esta manera, la ganancia del juego para cada jugador es de 10.

La elección por parte de ambos de la estrategia B recibe el nombre de "posición de equilibrio del juego" o "equilibrio de Nash".

Si los mismos jugadores juegan a este juego diez veces seguidas, se produce lo que se llama "superjuego de 10 periodos". El superjuego es muy distinto del juego simple, incluso si el mismo juego se repite pocas veces. Examinar cómo aprende la gente a jugar en un superjuego es muy interesante.

Si en un superjuego de 10 periodos con el juego base de la figura 1 ambos jugadores eligen siempre la estrategia B en la cual cada uno minimiza su posible pérdida en cada partida, dado que los dos jugadores consiguen un beneficio de 10 en cada partida, cada uno de ellos conseguiría un beneficio de 100 al final del superjuego.

Si en ese mismo superjuego deciden cooperar confiando el uno en el otro y adoptan siempre la estrategia A, ambos obtienen 600 de beneficio final.

Por lo tanto, la cooperación aumenta sus beneficios.

Durante un superjuego el comportamiento inicial es más cooperativo, pero hacia el final la cooperación disminuye. Ello se debe a que cuando se acerca el final -por ejemplo en el periodo número 10-, dado que no hay posibilidad de futuras colaboraciones, el jugador vuelve a tener presente la opción de traicionar para ganar más en la última jugada.

En el instante que se produce una traición en un superjuego, sólo existe un equilibrio posible durante el resto del juego, ya que a partir de ese momento la única opción válida para ambos jugadores será la opción de no cooperación B. Y ello implica centrarse en la posibilidad llamada "no cooperativa". Así pues, la estrategia dominante es traicionar hacia el final del superjuego teniendo en cuenta que ambos saben que no pueden ser cooperativos en el último periodo del superjuego.

Nosotros hemos creado modelos de comportamiento futuro de una forma muy sencilla. Con ellos se estima, dado el resultado del superjuego anterior, en qué periodo del nuevo superjuego ambos jugadores tienen la intención de no cooperar. Al periodo de no cooperación lo llamaremos "periodo de desviación" o simplemente "desviación". Imaginemos, por ejemplo, que en cierto superjuego el primero piensa desviarse en el periodo 7, y el segundo en el periodo 8. ¿Qué sucederá en el siguiente superjuego, entonces?

En el modelo de la figura 2, θ_1 es el periodo en el cual tiene previsto no cooperar el jugador 1 y θ_2 es el periodo en el cual tiene previsto no cooperar el jugador 2. Si los dos intentan desviarse en el periodo que habían pensado, entonces, según el ejemplo, el jugador 1 se desviará primero porque tiene el periodo de desviación previsto más cercano. Entonces vemos que θ_n es el mínimo de los dos periodos de desviación previstos. Porque lo que sucede es que el jugador que piensa desviarse en el periodo más cercano llevará a cabo la traición, y así tendremos que el periodo de desviación realizado es el mínimo de los dos periodos de desviación previstos. En función de ambas desviaciones en ese superjuego el modelo predice cual será el periodo de desviación de cada jugador en el próximo superjuego que disputen. Dado el ejemplo presentado, según el modelo, en el próximo superjuego el periodo de desviación para el primer jugador continuará siendo el 7 y el del segundo bajará también al 7.

A Stylized Model of Behavior in the Supergame of Games in Selten and Stoecker, 1986

- n = 1,.., 25 Supergame number
- $\theta_i(n)$ intended deviation period of player i in supergame n
- $\theta(n) = \min(\theta_i(n),\theta_j(n))$ $\{i,j\} = \{1,2\}$
- Intended deviation dynamics

$$\theta_i(n+1) = \begin{cases} \theta_i(n) - 1 & \text{if} \quad \theta_i(n) > \theta(n) \\ \theta_i(n) & \text{if} \quad \theta_i(n) = \theta(n) \\ \theta_i(n) + 1 & \text{if} \quad \theta_i(n) < \theta(n) \end{cases} \tag{1}$$

Figura 2. Modelo de evolución del periodo de cooperación

Ahora bien, desde luego esta idea de cómo se juega es una clara simplificación. En la realidad, la gente no prevé, en la mayoría de casos, un periodo en el que desviarse; simplemente se ponen a jugar, van evolucionando y no piensan en lo que harán cuando se acerquen a los periodos 7, 8, 9 o 10. Saben que tendrán que desviarse cerca del final, pero no exactamente cuándo. Primero tienen que aprender que la cooperación es perfectamente posible, que es totalmente beneficiosa.

Y este es el principio del superjuego. Tal vez lleve algo de tiempo. Nuestros sujetos disputaron 25 superjuegos con cambio de contrincante. En cada superjuego jugaban con un contrincante distinto seleccionado de modo aleatorio.

Los experimentos muestran que los jugadores aprenden que cooperar es mejor para los dos; al final no pueden cooperar, claro está, pero esto no importa cuando aún falta mucho para terminar. Cooperan al principio y sólo al final, una vez han aprendido a cooperar, aprenden a desviarse. Este es el efecto final. Sin embargo, lleva bastante tiempo aprender a cooperar y sólo ellos pueden aprender el efecto final. Y éste es el patrón habitual en este juego.

El modelo presentado anteriormente de predicción del periodo en que se desviará cada jugador se ajusta bastante bien a los patrones mostrados por los jugadores. Recordemos que si un jugador ve que el otro se desvió en un periodo concreto entonces él generará la misma desviación la próxima vez en el superjuego. Si el otro tenía un periodo de desviación más bajo, si se desvió primero, entonces subirá, retrasará la desviación. Si ve que podría haber ganado más cooperando durante más tiempo tiene incentivos para subir; si cree que el otro hará lo mismo que hizo la última vez, entonces se desviará antes.

Evidentemente, la realidad es más complicada y el modelo no siempre predice el futuro, pero la pauta de comportamiento general es similar. O sea, aunque alguien se desviara ocasionalmente algunos periodos antes que la última vez, hubo bastantes personas que hicieron exactamente lo que propone el modelo.

Ahora querría hablarles de otro experimento. En este caso estudiamos conceptos estacionarios jugando únicamente juegos de 2x2, no superjuegos. Los jugadores tenían que jugar 200 partidas de un solo periodo. El emparejamiento fue aleatorio. Los jugadores tenían toda la información sobre las recompensas; es decir, en cada partida los jugadores conocían siempre todas las recompensas y también las de los contrincantes. Y también disponían de información –*feedback*- sobre las puntuaciones del contrincante y las suyas propias tras cada ronda. Queríamos ver lo que es mejor en el equilibrio de los datos. El equilibrio de Nash se puede aplicar, pero ya sabemos por otros experimentos que es un mal predictor de lo que sucede en un número indefinido de series de juegos de 2x2.

En la figura 3 tenemos uno de estos juegos experimentales de 2x2 con unos pagos caracterizados por los valores $\mathbf{a_L}$, $\mathbf{a_R}$, $\mathbf{b_U}$, $\mathbf{b_D} \geq \mathbf{0}$ y $\mathbf{c_L}$,$\mathbf{c_R}$, $\mathbf{d_U}$, $\mathbf{d_D} > \mathbf{0}$. En la matriz de la figura 3, la recompensa del primer jugador está en cada esquina superior izquierda y sus dos posibles estrategias son “L” y “R”. La recompensa del segundo jugador está en la esquina inferior derecha de cada campo y sus dos posibles estrategias son “U” y “D”.

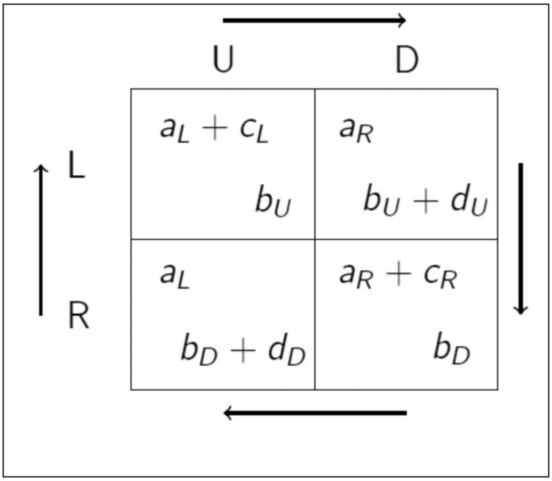

Figura 3. Matriz de pagos de un juego experimental

En un juego de esta estructura, el primer jugador, en caso de que sospeche que el segundo jugador elegirá la estrategia U siempre preferirá la estrategia L a la R. En cambio, si sospecha que el segundo elegirá la D, el primer jugador siempre seleccionará la estrategia R y no la L.

Por contra, si el segundo jugador sospecha que el primero elegirá la estrategia L, seleccionará la estrategia D pues es mejor que la U. Finalmente, si sospecha que el primero elegirá la R, preferirá la U a la D. Las flechas muestran las preferencias de cada jugador inducidas por la sospecha sobre las preferencias del otro.

Conocer la asignación de probabilidades por parte de los jugadores a cada estrategia es nuestro próximo objetivo.

A los valores $\mathbf{c_L}$,c_R, d_U, $\mathbf{d_D}$ se les conoce como “diferencia de recompensa”. La diferencia de recompensa es siempre positiva. Las flechas van en la dirección de una diferencia de recompensa positiva.

Todas estas flechas forman un círculo. Un patrón circular es una condición para la existencia de un equilibrio mixto. En cambio, si las flechas fueran en direcciones contrarias, entonces, claro está, sólo habría una estrategia pura de predominio, como la vista anteriormente.

En estos experimentos, el primer concepto que nos vino a la mente fue el de equilibrio de muestreo de acciones. Cada jugador toma una muestra de siete opciones, es decir, se fija en siete experiencias anteriores. Tomamos siete como muestra porque existe un famoso artículo en psicología llamado “El mágico número 7” y concluimos que, “si la gente estudia las experiencias anteriores, quizá tomarían siete ejemplos”. Por eso tomamos una muestra de siete.

> En el equilibrio de muestreo de recompensas de Osborne y Rubinstein, ellos se centran en dos muestras. Tienen dos estrategias, que llamamos “abajo y arriba” y “arriba y abajo”, y estudian una muestra de seis en la que se sube y una muestra de seis en la que se baja para comparar la suma de recompensas de ambas muestras. La próxima vez se selecciona la estrategia con más recompensas de esta muestra.

Después tenemos otro concepto, el del “equilibrio de las fuerzas equilibradas”. Con ello introducimos un concepto semicuantitativo. Esto es como sigue: en primer lugar, suponemos que la gente no está tan motivada por la recompensa como por la recompensa transformada que tiene en cuenta las pérdidas de cada juego diferente. Ahora bien, claro está, primero tenemos que definir lo que es una pérdida en el juego. Definimos un nivel de recompensa básica con la que medir las pérdidas en el juego, y esta recompensa básica es lo que llamamos una “estrategia pura de maximin”. “Maximin” era un concepto muy importante en el comienzo de la teoría de juegos de Neumann y Morgenstern, pero es un concepto sobre estrategias mixtas. Nosotros nos centramos más en maximin sobre estrategias puras.

Así pues, la estrategia pura maximin del jugador 1 es el máximo del mínimo de $\mathbf{a_L+c_L}$ y $\mathbf{a_R}$, y del mínimo de $\mathbf{a_L}$ y $\mathbf{a_R+c_R}$, ya que siempre puede obtener lo que sea menor.

En terminología de juegos se conoce dicho valor como “nivel de seguridad” y se representa como:

$$s_1 = \max[\min(a_L+c_L, a_R), \min(a_L, a_R+c_R)]$$, para el primer jugador.

$$s_2 = \max[\min(b_U, b_D+d_D), \min(b_U+d_U, b_D)]$$, para el segundo.

Por ejemplo, en la figura 4 pueden ver el juego que referenciamos juego 3.

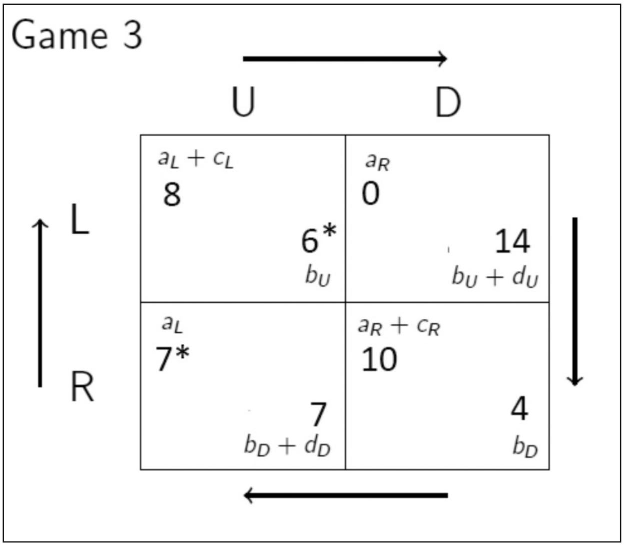

Figura 4

En dicho juego, el nivel de seguridad del primer jugador es 7 y el nivel de seguridad del segundo jugador es 6.

Y lo que podemos ver aquí es que, de forma general, el nivel de seguridad definido como estrategia pura maximin es siempre la segunda recompensa más baja en la métrica del 2x2. Observemos que la más baja del primer jugador es 0 y la más baja del segundo jugador es 4.

Los jugadores se dan cuenta enseguida que el otro jugador puede conseguir más que la recompensa más baja y, por lo tanto, suelen jugar ambos a la estrategia que ofrece su nivel de seguridad.

Y respecto a las ganancias, nos dimos cuenta que era preciso transformar los valores con el fin de obtener las motivaciones reales de la estrategia. En la figura 5 vemos lo que llamamos “recompensa transformada”.

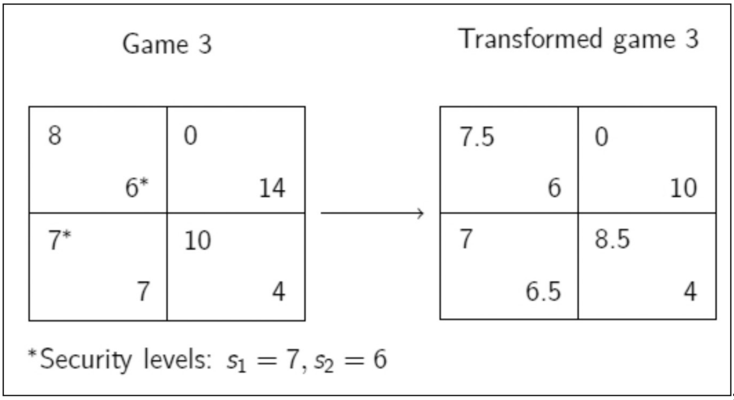

Figura 5

Si cada jugador puede obtener siempre su nivel de seguridad, independientemente de lo que haga el otro jugador, las pérdidas y ganancias serán evaluadas con respecto a dichos valores. Por lo tanto, naturalmente, se considerará un fracaso el pago menor al nivel de seguridad ya que no tiene sentido conformarse con menos de lo que se podría haber obtenido sin riesgo.

De esta forma, el primer jugador, si apuesta por la estrategia R, obtiene como mínimo 7, mientras que si apuesta por L, obtiene como mínimo 0. Para el primer jugador, dado que siempre puede obtener 7, un pago de menos de 7 será un fracaso y un pago mayor que 7 un éxito.

Si sopesamos las ganancias y las pérdidas con respecto al nivel de seguridad transformando el juego obtenemos la “recompensa transformada”, o “recompensa modificada”, que es lo que realmente motiva a la gente a tomar decisiones.

Y sobre la base de que todo jugador transforma el juego y sólo mira el juego transformado para jugar tuvimos en cuenta el peso de las ganancias y las pérdidas.

Si has perdido, entonces existe la necesidad de ajustar los planes porque ahora tienes realmente menos dinero que antes, y lo que querías hacer antes ahora ya no lo puedes hacer. Puedes consumir menos, o invertir menos, pero en ambos casos tendrás que cambiar de planes. Y esto es algo que a la gente no le gusta hacer, y por ello las pérdidas cuentan el doble; porque son, por un lado, recompensas desaprovechadas y, por el otro, un resultado indeseado que obliga a reajustar los planes.

Ahora definimos lo que es un "impasse". Un impasse es cuando piensas en lo que podrías haber ganado en lugar de pensar en lo que realmente ganaste, evaluando que podrías haber hecho algo mejor en el último periodo. En la figura 6 podemos ver la matriz de impasses.

	L	R
U	0, d^*_U	c^*_R, 0
D	c^*_L, 0	0, d^*_D

Figura 6

Si definimos $\mathbf{P}_U$ la probabilidad de que el primer jugador elija la estrategia U y $\mathbf{P}_D = 1 - \mathbf{P}_U$ la probabilidad de que elija la estrategia D; y $\mathbf{q}_L$ la probabilidad de que el segundo jugador elija la estrategia L y $\mathbf{q}_R = 1 - \mathbf{q}_L$ que elija la estrategia R, las ecuaciones de equilibrio de impasse que ideamos de modelo para establecer unas posibles probabilidades del juego son:

$$\mathbf{P}_U \mathbf{q}_R \mathbf{c}^*_R = \mathbf{P}_D \mathbf{q}_L \mathbf{c}^*_L \qquad \text{y} \qquad \mathbf{P}_U \mathbf{q}_L \mathbf{d}^*_U = \mathbf{P}_D \mathbf{q}_R \mathbf{d}^*_D$$

A partir de ellas se obtienen las siguientes soluciones conocidas como "soluciones de equilibrio de impasse".

$$\mathbf{P}_U = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c} + \sqrt{d}} \quad , \qquad \mathbf{P}_U = \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c} + \sqrt{d}}$$

$$\mathbf{q}_L = \frac{1}{1 + \sqrt{cd}} \quad , \qquad \mathbf{q}_R = \frac{\sqrt{cd}}{1 + \sqrt{cd}}$$

siendo $c = \dfrac{c^*_L}{c^*_R}$ y $\dfrac{d^*_U}{d^*_D}$

Así, ¿cuál es una medida del éxito para una teoría de este tipo?

Nosotros tomamos las diferencias absolutas de las distancias cuadráticas de los valores teóricos con los datos experimentales.

En la figura 7 se puede observar que en la serie de 108 experimentos realizados para su comprobación, el equilibrio de impasse es bastante bueno comparado con los demás.

Significance in favor of row concepts,
Monte-Carlo-Approximation of the Fisher-Pitman-test for paired replicates, (Selten and Chmura, 2008)

	Impulse balance equilibrium	Two-sample equilibrium	One-sample equilibrium	Quantal response equilibrium	Nash equilibrium
Impulse balance equilibrium		n.s. - 5%	10% n.s. 2%	.1% .1% .1%	.1% .1% .1%
Two-sample equilibrium	n.s. 10% -		n.s. 10% n.s.	.1% .1% .1%	.1% .1% .1%
One-sample equilibrium				.1% .1% 1%	.1% .1% .5%
Quantal response equilibrium					.1% 2% 5%
Nash equilibrium					

Above: All 108 Experiments
Middle: 72 constant-sum game experiments
Below: 36 non-constant sum game experiments

Figura 7

Finalmente, tenemos resultados preliminares sobre el equilibrio generalizado de impasse, concepto que no trataremos aquí por su complejidad. Comparamos dicho concepto con el equilibrio de Nash en un juego sobre un pescador furtivo y un alguacil.

La figura 8 muestra la matriz de pagos de cada jugador.

Pescador furtivo

Alguacil	q_1	q_2	q_3
p_1	$+1$ 0	0 V_2	0 V_3
p_2	0 V_1	$+1$ 0	0 V_3
p_3	0 V_1	0 V_2	$+1$ 0

Figura 8

En el juego, un pescador furtivo quiere robar peces de uno de tres estanques. El pescador debe elegir a qué estanque ir. Si al primero, al segundo o al tercero, y estas estrategias las identificamos con q1, q2 i q3. El pescador debe tener en cuenta que siempre consigue más peces pescando en el primero y que la pesca en el segundo es mejor que la pesca en el tercero ($V_1 > V_2 > V_3$).

Ahora bien, el pescador es consciente de que el alguacil también está al corriente sobre dónde se pesca más y que su intención es apresarlo.

En los experimentos realizados con el juego comprobamos, tal y como muestra la figura 9, que el equilibrio generalizado de impasse modelaba mejor el comportamiento futuro de los jugadores que el equilibrio de Nash, tanto en estrategias mixtas como puras.

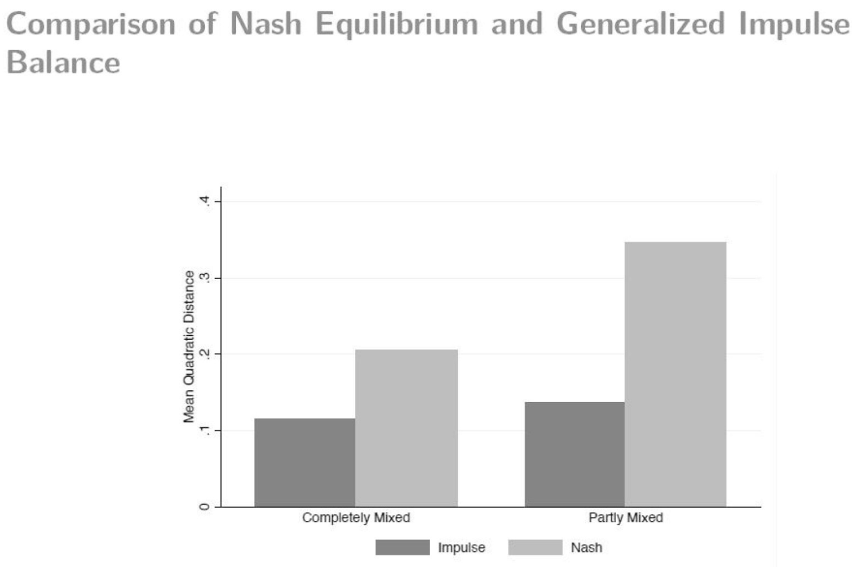

Figura 9

Dados los resultados vistos en el presente discurso, pensamos que tenemos un mejor modelo de conocimiento y esperamos que sea una buena teoría para los juegos en general.

Seguimos avanzando en nuevos modelos de conocimiento como el llamado "apareamiento de impasse", denominado así porque originalmente teníamos como modelo de conocimiento el llamado "equilibrio de impasse". Esencialmente es un concepto que está relacionado pero que converge mucho más rápidamente y, por lo tanto, pensamos que es un modelo mejor. Pero no quiero entrar más en esto y tan solo decir que, tal vez, todavía descubramos algo mejor que el "equilibrio de impasse". Creemos, al menos, que vamos por buen camino en la investigación, por lo que tendremos que seguir un tiempo con este tipo de investigación.

Inicialmente, la teoría de la dirección del conocimiento era solo una teoría cualitativa confirmada por los muchos estudios a los que era aplicable. En la literatura especializada es habitualmente aceptada. Hay, por ejemplo, el trabajo de Holt. Él llama a su juego "el dilema del viajero". Hay tantos otros juegos que se han estudiado en la literatura sobre la teoría de la dirección del conocimiento, especialmente juegos 2x2, que solo hablan de la dirección en el sentido de que la dirección de estrategia cambiará. Sin embargo, eso, claro está, es muy poco, porque no nos dice nada sobre la dirección media, sobre las probabilidades medias que surgen, y porque las frecuencias relativas no quedan explicadas. Pero la teoría del equilibrio del impasse funciona bastante bien en este aspecto. Así que quizá incluso podamos ver más sobre las propiedades de los jugadores en la práctica, tal vez la varianza o algo así. Hemos conseguido ahora una teoría bastante buena para las frecuencias medias observadas y tal vez nos vaya aún mejor si captamos más propiedades del juego en la práctica.

No puedo terminar mi exposición sin reiterar la expresión de mi gratitud a los miembros de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras por acogerme como Académico, y a todos ustedes, las gracias por la atención que me han prestado.

Discurso de contestación por el Académico de Número

EXCMO. SR. DR. D. JAIME GIL ALUJA

EXCMO. SR. DR. D. JAIME GIL ALUJA

Excmas. e Ilmas. Autoridades,
Excmos. e Ilmos. Sres. Académicos,
Señoras y señores

Permítanme que mis primeras palabras constituyan una expresión de júbilo por tener entre nosotros a una personalidad mundialmente reconocida como es el admirado investigador alemán Reinhard Selten.

Reinhard Selten nace el 5 de octubre de 1930 en Breslau, ciudad que entonces formaba parte de Alemania y hoy es conocida con el nombre de Wroclaw, importante centro urbano de Polonia.

En aquellos tiempos el padre de Selten regenta una empresa, "Circulo de lectura" cuyo objeto es el préstamo temporal de libros, revistas y periódicos. Se trata de un negocio floreciente que permite una vida cómoda tanto para él como para su familia.

Pero esta placidez se rompe poco después del nacimiento del pequeño Reinhard, cuando su padre se ve obligado a vender la empresa. Por sus orígenes judíos le está prohibida cualquier actividad económica relacionada con la prensa y la comunicación.

La vida en Alemania en aquella época no es fácil para una familia como la de Selten. Reinhard tiene que dejar la escuela a los 14 años, sin posibilidad, por su condición, de encontrar un empleo digno.

Afortunadamente, y con no pocos esfuerzos, la familia al completo consigue huir de Alemania a Austria en uno de los últimos trenes que sale del país.

Ya en Austria, realiza los trabajos más duros en una granja rural hasta que después de la guerra, en 1946, se reabren las escuelas. Reemprende, entonces, su formación escolar, en la que muy pronto muestra una clara predilección por las matemáticas. Se inscribe en la Universidad Goethe de Frankfurt, en donde cursa estudios desde 1951 hasta 1957, año en que obtiene la graduación en Matemáticas.

Seguidamente en este mismo año 1957 obtiene la plaza de ayudante en la Universidad de Frankfurt. Allí realiza sus primeras investigaciones al amparo de la Deutsche Forchunsgemeinschaft (equivalente a nuestro Centro de Investigaciones Científicas).

Si inicialmente trabaja en el ámbito de la Teoría de la Decisión en la empresa, muy pronto desvía su interés hacia los aspectos más técnicos de la Investigación Operativa.

Según el propio Selten ha comentado en alguna ocasión, su primer contacto con la teoría de juegos tiene lugar cuando, aún cursando estudios secundarios, cae en sus manos un artículo de divulgación publicado en "Fortune Magazine". Se interesa por este tema e inicia una inmersión en él a partir de la obra de referencia: "Theory of Games and Economic Behaviour", de John von Neumann y Oskar Morgenstern[1].

Poco a poco va consolidando su interés por este ámbito de investigación. Así, elabora un trabajo, dirigido por el profesor E. Burger, que presenta como memoria de fin de carrera, con el evocador título: "La teoría de juegos corporativos"

En 1959, contrae matrimonio con quien iba a ser su compañera y sostén de los trabajos realizados a lo largo de toda su vida: Elisabeth Langreiner. Con gran dolor debemos comunicar el reciente fallecimiento, de esta gran señora hace sólo 10 días. Que en paz descanse (*unos minutos de silencio con el público en pie*).

En este mismo año, 1959, Reinhard Selten publica su primer artículo de profundo contenido científico, firmado conjuntamente con Heinz Sauermann, su director académico, bajo el título: "Ein oligopolexperiment".

---

1. Neumann, J. von y Morgenstern, O.: Theory of Games and Economic Behaviour, Princeton University Press. Princeton, N.J., 1944

En 1961 obtiene el grado de Doctor en Matemáticas por la Universidad de Frankfurt.

Poco tiempo después acepta una invitación de Princeton, para impartir una conferencia sobre teoría de juegos. Consigue una ayuda financiera que le permite permanecer un corto período en este centro docente e investigador, suficiente para entrar en contacto con el equipo de Oskar Morgenstern.

Finalizada su estancia en Princeton se traslada a Pittsburg para contactar con el equipo científico de Herbert Simon interesado por los estudios sobre "racionalidad limitada". Simon obtendría el Premio Nobel en 1978.

Pero Selten llega al convencimiento de que el concepto de racionalidad limitada no puede ceñirse al ámbito estrictamente formal sino que es necesaria una permanente vigilancia de la realidad. Su interés científico va auscultando nuevos horizontes.

Es en 1965, cuando se produce un hecho que adquiere una importancia fundamental en la actividad científica de Selten: la invitación para participar en un seminario sobre teoría de juegos limitado a 17 investigadores durante tres semanas en Jerusalén. Allí encuentra a John Harsanyi, con quien establece, después, una larga y fructífera relación y con quien comparte el Premio Nobel en 1994.

En el ámbito docente Reinhard Selten avanza en su carrera universitaria, elaborando en 1969 una memoria para su habilitación, cuyo objetivo es el estudio de la fijación de precios en el supuesto de multiproducción. Se convierte, así, en Profesor Titular de la Universidad Libre de Berlín. Se instala, junto con su esposa, en el Berlín Oeste, en unos tiempos de gran agitación estudiantil.

Tres años después, en 1972, se desplaza a la Universidad de Bielefeld con la ilusión de crear un instituto de economía matemática. Este sueño no puede materializarse en este período, como consecuencia de la escasez de recursos financieros.

Su estancia allí, sin embargo, resulta muy fructífera desde una perspectiva investigadora por los importantes trabajos realizados en colaboración con Harsanyi. Es, entonces, cuando publican la importante obra "A General Theory of Equilibrium Selection in Games"[2], en la que describen de manera formalmente sólida la Teoría de Juegos.

Pero Selten continúa con su idea de crear un laboratorio informatizado para conseguir experimentar los hallazgos formales en las realidades económicas de cada momento.

Y es la Universidad de Bonn quien le ofrece la posibilidad de poner de práctica este deseo. Así pues, en 1984, se traslada a esta ciudad en donde continúa sus trabajos de investigación. Crea, allí, una rama de la teoría de juegos en la que, entonces sí, puede hacer intervenir la racionalidad limitada del comportamiento humano.

En la actualidad Reinhard Selten tiene fijada su residencia en la capital de Alemania, en donde continúa sus investigaciones, que completan y reafirman la importantísima obra de uno de los investigadores más destacados de la ciencia económica.

Su labor es recompensada por la Real Academia de Ciencias de Suecia que decide atribuirle, el 11 de octubre de 1994, el premio de ciencias económicas instituido en memoria de Alfred Nobel por su "análisis fundamental del equilibrio en la teoría de juegos no cooperativos".

Cincuenta años después de la publicación de la fundamental obra de von Neumann y Morgenstern la Academia Sueca coronaba así a Selten, junto a Harsanyi y Nash. Veinte años después, en el día de hoy, la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras de España se honra en incorporarle en su seno, con el tratamiento de Excelentísimo Señor.

Entre las importantes obras realizadas por Selten nos permitimos citar, aún cuando sea de manera indicativa: "General Equilibrium with Price-Making

2. Selten, R. y Harsanyi, J.: "A General Theory of Equilibrium Selection in Games", MIT Press, 1988.

Firms” con T. Marschak, Lecture notes, 1974; “A General Theory of Equilibrium Selection in Games” con J. Harsanyi, MIT Press, 1988 ; “Models of Strategic Rationality”, Kluwer Acad. Publ. 1988, y los 4 volumenes de su “Game Equilibrium Models” 1991, entre otras.

A lo largo de su actividad académica Reinhard Selten ha merecido una elevada cantidad de distinciones y ocupado altas funciones relacionadas con el ámbito del saber.

Desearíamos citar su condición de Miembro de la Sociedad de Econometría desde 1974, Miembro de la Academia de Ciencias de Westfalia desde 1983, Miembro de la Academia de Ciencias de Berlin desde 1984 y Miembro Correspondiente de la Academia Americana de Artes y Ciencias desde 1992, entre otras muchas.

Asimismo es miembro del consejo editorial de un elevado número de revistas científicas, entre las cuales se hallan algunas tan conocidas como: “Journal of Mathematical Social Science”, “International Journal of Games Theory” y “Journal of Economic Behavior and Organization”, para citar sólo unas pocas.

Nos permitimos proponer, seguidamente, una breve, brevísima referencia al trabajo presentado en esta Solemne Sesión por Reinhard Selten, situándolo en el contexto general de la teoría de juegos.

Pero, antes, como prólogo, señalemos que desde una perspectiva histórica, se aceptan como antecedentes más remotos de la que después se llamaría teoría de juegos, los trabajos realizados en los años 20 del pasado siglo, por el matemático y político francés Emile Borel (1871-1956) y por el tan citado John von Neumann. Su estudio se limita a los juegos con suma nula y en ellos se supone que los jugadores conocen las cifras de beneficios y pérdidas reciprocas.

Inicialmente el planteamiento es sencillo: si uno de los jugadores busca minimizar los beneficios del otro, este último debe hallar la estrategia que le garantice que las ganancias mínimas sean lo más elevadas posibles. Von Neumann plantea el teorema del minimax, que como es conocido, pone de manifiesto que el máximo de los mínimos de un beneficio es igual al mínimo de los máximos de este beneficio.

Un momento muy importante para la consolidación de la teoría de juegos tiene lugar en 1938 a raíz del encuentro, en la Universidad de Princenton, entre J. von Neumann y el economista emigrado de Alemania, O. Morgenstern.

Si en un principio el estudio de la teoría de juegos se limita casi exclusivamente al ámbito matemático, a partir de 1960 interesa cada vez más a los economistas hasta convertirse, en la década de los 70, en uno de los campos de trabajo más activos de la investigación económica.

En efecto, los estudiosos de las realidades económicas y sociales toman conciencia de que los resultados de una unidad de consumo o de producción dependen no sólo de sus decisiones sino también y en gran medida de la reacción de los demás. Veamos algunas de las aplicaciones más conocidas de esta etapa:

a) Un ejemplo propio del ámbito electoral, muy extendido, es aquel en que un partido político promete bajar impuestos para conseguir más votos. Sólo alcanzará su objetivo según cuales sean las promesas de los demás partidos.

b) Otro supuesto que se cita frecuentemente en los libros de texto es el del caso de un empresario que desea introducirse en un mercado en el que existe un monopolio de oferta.

El monopolista amenaza con defender su posición lanzando una guerra de precios. La reacción ante esta amenaza por parte del que pretende entrar depende, entre otros factores, del coste esperado por el hasta ahora monopolista. La solución técnica a este planteamiento no resulta adecuada cuando se adoptan como soporte elementos basados en el concepto de probabilidad. La alternativa aparece con la utilización de la teoría de juegos.

El desarrollo de la teoría de juegos a lo largo de las últimas décadas ha sido realmente espectacular, gracias a los importantes trabajos de Reinhard Selten, John Harsanyi, John Nash y Stoecker, entre otros.

Las investigaciones realizadas en diferentes ámbitos de la vida social y económica han dado lugar a distintos intentos de agrupar y clasificar los trabajos según criterios distintos.

A titulo indicativo, y de manera muy elemental, recogemos algunos de estos criterios:

1) Según el grado de información de los jugadores, se consideran dos tipos de juegos: los juegos con información completa, en los que cada jugador conoce todas sus posibilidades y la de los otros jugadores; y los juegos con información incompleta, cuando no son conocidas todas las características del juego y/o de los otros jugadores.

2) Según el comportamiento de los jugadores, se acostumbran a estudiar los juegos cooperativos, cuando se consideran coaliciones entre los jugadores y no cooperativos cuando no resulta posible coalición o acuerdo alguno entre ellos.

3) Según los resultados esperados, se pueden considerar los juegos con suma nula, cuando los beneficios de unos jugadores son iguales a las pérdidas de los otros, y los juegos con suma no nula, cuando las decisiones de un jugador implican ventajas o desventajas en los otros jugadores de distinta importancia cuantitativa.

Los trabajos de R. Selten, han permitido un importante avance en la teoría de juegos, sobre todo en el ámbito de los juegos no cooperativos. Veamos a título meramente ilustrativo algunos de los conceptos acuñados por Selten:

a) Reinhard Selten propone, en 1965, un nuevo concepto de "equilibrio perfecto"[3] basado en la noción de "subjuego perfecto". A partir de este concepto se puede estudiar, etapa por etapa, las decisiones de los agentes a partir de las informaciones que poseen.

b) En otro orden de ideas, es preciso recordar que un equilibrio perfecto en un subjuego exige que cada una de las partes disponga de toda la información sobre lo que se ha decidido en las etapas precedentes. Sin embargo, como muy bien señala Selten, este tipo de análisis puede acarrear problemas, ya que lleva implícito el supuesto de que los demás agentes no cometen errores.

c) Y no siempre es así. Por ello, Reinhard. Selten[4] crea un nuevo concepto: el equilibrio con temblor de mano. Este concepto expresa el supuesto en que, aún cuando a un jugador le pueda temblar la mano y caer en un error, continuará siguiendo una estrategia racional.

d) Otra de las interesantes aportaciones de Selten se ha divulgado a través de la llamada paradoja de la cadena de almacenes. En ella se pone de manifiesto que la simple aplicación racional de la búsqueda del equilibrio puede conducir a unas decisiones extrañas[5]. Reproducimos un ilustrativo ejemplo debido al propio de Reinhard Selten.

   En él, presenta una empresa que posee n tiendas en n puntos de venta en ciudades distintas. Una tras otra es amenazada por parte de la concurrencia con crear otra tienda. La alternativa que se le presenta al empresario es actuar bajando precios o no hacer nada y compartir el mercado.

   En teoría, una guerra de precios que busca la disuasión de la futura concurrencia, cuesta cara. Por ello puede optar por no hacer nada en la n-ésima tienda porque piensa que le quedan "sin problema" las otra

3. Selten, R.: Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodels mit Nachfrageträgheit" ZGS, 121.165.
4. Selten, R.: Reexamination of the Perfectnees Concept for Equilibrium Points in Extensive Games. International Journal of Games Theory, 4, 1975.
5. Selten, R.: The Chain Store Paradox.Theory and Decision, 9, 1978.

n-1 tiendas. Pero, contrariamente a su razonamiento, y por iteración, sucederá lo mismo en los otros puntos de venta, n-1, n-2,

En definitiva, la estrategia del equilibrio perfecto desemboca en la apertura por parte de la concurrencia de otra tienda en todos y cada uno de los n punto de venta. Se deduce, entonces, que el "laisser faire" constituye una actitud poco razonable. Parece que lo mejor hubiera sido actuar desde el inicio bajando precios para desanimar a la concurrencia.

e) El concepto de <u>amenaza no creíble</u> es otra de las nociones importantes en la teoría de juegos, ya que permite abordar todo un conjunto de problemas surgidos en ámbitos de la vida de empresas e instituciones, cuando unas y otras proyectan establecer políticas y estrategias destinadas a alcanzar una posición dominante en un ámbito de actividad concreto.

Reinhard Selten concluye expresando la opinión de que no siempre hay que tener fe en los esquemas puramente teóricos porque, a veces, conducen a conclusiones contrarias a las realidades más evidentes.

Las aportaciones de R. Selten[6] no sólo han tenido indudable importancia y ocupado un papel de privilegio en el ámbito de la ciencia económica, sino que, ya desde hace varios años, resultan de indudable utilidad en las más variadas ramas del conocimiento.

El interesante trabajo que nos acaba de presentar R. Selten parte del modelo utilizado de bienestar en el superjuego de juegos realizado por el propio Selten y por Stoecker en 1986.

El juego base de los superjuegos es una matriz de pagos con dos jugadores, que acompaña, a efectos de una mejor compresión y experimentación de un ejemplo numérico con 200 períodos recogido de un trabajo realizado en 2008 por el mismo Selten y Chmura.

---

6. Se puede citar, en este sentido, el trabajo "Game Theory and Evolutionary Biology" realizado conjuntamente con Hammerstein, P., incluido en "Handbook of Game Theory", Vol. 2, 1994.

La respuesta del equilibrio cuantitativo en forma exponencial y el equilibrio de Nash son conceptos que juegan un papel en los resultados obtenidos en términos de probabilidad, brillantemente expuestos por Reinhard Selten.

Digamos, finalmente, que en los últimos tiempos parece haber despertado el interés por avanzar en el estudio de la teoría de juegos en el ámbito de la incertidumbre, entendida ésta en su sentido más estricto.

Ha actuado a favor de esta tendencia el hecho de que, en no pocas ocasiones, se confirma que un juego de estrategia o no es o es poco repetitivo. La utilización, entonces, de los elementos propios de la teoría de probabilidades no resulta adecuada.

Creemos que es posible enriquecer la teoría de juegos mediante la elaboración de modelos con datos (beneficios, por ejemplo) inciertos y con criterios alejados del mecanicismo económico. En estas extensiones es posible incorporar no sólo lo incierto sino también lo subjetivo[7]. Se trata de un camino que, así lo deseamos, proporcionará, en el futuro, nuevos instrumentos de gestión capaces de proporcionar un mejor tratamiento de las cambiantes e inciertas realidades sociales que se vislumbran en el horizonte.

Deseamos que nuestras últimas palabras sean de bienvenida a nuestra Real Corporación del gran investigador que ha sido y es Reinhard Selten. Su gigantesca figura viene a enriquecer la ya brillante galería de ilustres académicos entre los que se encuentran, además de los científicos y actores de la economía española, siete Premios Nobel, Ex Jefes de Estado y de Gobierno, así como Presidentes de grandes empresas e instituciones, que constituyen la más alta representación del saber y del hacer en la economía y las finanzas mundiales. Cumplimos, así, el lema que figura en nuestro emblema: “Utraque Unum”.

7. Kaufmann, A. y Gil Aluja. J.: Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre. Ed. Hispano Europea, Barcelona, 1987, pags. 313-347.

Doctor Selten, deseamos contar con su presencia y ayuda durante muchos, muchos años.

Gracias por su atención.

FOTOGRAFÍAS DE LA SOLEMNE SESIÓN DE INGRESO

El Presidente de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras, el Dr. Jaime Gil Aluja impone la medalla de la Corporación como Académico Correspondiente para Alemania, al Dr. Reinhard Selten.

Emotivo homenaje a la Excma. Sra. Elisabeth Langreiner, esposa del Dr. Reinhard Selten, recientemente fallecida tras 55 años de matrimonio.

Asistentes al solemne acto de ingreso en la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras del Excmo. Sr. Dr. D. Reinhard Selten, como Académico Correspondiente para Alemania.

Foto de familia de los Académicos con ocasión del ingreso del Dr. Reinhard Selten (sentado junto al Presidente, el Dr. Jaime Gil Aluja). De izquierda a derecha: Dr. Ramón Poch, Dra. Ana María Gil, Dr. José Daniel Barquero, Dr. Lorenzo Gascón, Dr. Alfredo Rocafort, Dr. Mario Aguer, D. Antonio Pont, Dr. Francesc Granell y Dr. Alfonso Rodríguez.