Real Academia
de Ciencias Económicas y Financieras

Las decisiones financieras en la incertidumbre en la empresa: usando *Black-Scholes* como estrategia

La realización de esta publicación
ha sido posible gracias a

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA Y DEPORTE

con la colaboración de

Obra Social "la Caixa"

Barcelona 2012

Publicaciones de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras

González Santoyo, Federico

Las decisiones financieras en la incertidumbre en la empresa : usando *Black-Scholes* como estrategia/ discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras … Federico González Santoyo y contestación… Lorenzo Gascón.

Bibliografía
ISBN-13 978-84-695-5045-8

I. Título II. Gascón, Lorenzo III. Colección

1. Discursos académicos 2. Modelo Black-Scholes 3. Toma de decisiones- incertidumbre

HD30.23

La Academia no se hace responsable de las opiniones expuestas en sus propias publicaciones.
(Art. 41 del Reglamento)

Editora: © Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras, Barcelona, 2012.

ISBN-13: 978-84-695-5045-8

Depósito legal: B-27422-2012

Nº registro: 2012-85304

Esta publicación no puede ser reproducida, ni total ni parcialmente, sin permiso previo, por escrito de la editora. Reservados todos los derechos.

Imprime: Ediciones Gráficas Rey, S.L.—c/Albert Einstein, 54 C/B, Nave 12-14-15
Cornellà de Llobregat—Barcelona

Publicaciones de la Real Academia de Ciencias
Económicas y Financieras

Las decisiones financieras en la incertidumbre en la empresa: usando *Black-Scholes* como estrategia

Discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras
como académico correspondiente para México,
leído el 16 de Octubre de 2012
por el

ILMO. SR. DR. D.FEDERICO GONZÁLEZ SANTOYO

Y contestación del académico de número

EXCMO. SR. DR. D.LORENZO GASCÓN

Barcelona, Octubre 2012

Sumario

Discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras leído el 16 de Octubre de 2012 por el académico correspondiente para México

ILMO. SR. DR. D. FEDERICO GONZÁLEZ SANTOYO

Las decisiones financieras en la incertidumbre en la empresa: usando *Black-Scholes* como estrategia 9

Discurso de contestación por el académico de número

EXCMO. SR. DR. D. LORENZO GASCÓN

Discurso. 33

Publicaciones de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras 41

ILMO. SR. DR. D. FEDERICO GONZÁLEZ SANTOYO

Excelentísimo Sr. Presidente
Excelentísimos Sres. Académicos
Excelentísimas e Ilustrísimas Autoridades
Señoras y Señores.

Acudo a esta Real academia con una infinita satisfacción y quiero como parte inicial, que mis primeras palabras sean para hacer patente y expresar mi profundo agradecimiento por tan alto honor que los integrantes de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras me conceden al permitir incorporarme, ser parte y compartir tan importantes tareas intelectuales que se dan y emanan de esta docta e ilustre corporación.

A esto sólo puedo corresponder poniendo mi mayor esfuerzo, dedicación y trabajo, con la esperanza de que mi participación siempre y en todo momento cumpla con los altos estándares de calidad académica e intelectual que sus predecesores o integrantes actuales tienen. En especial citaré al excelentísimo profesor Dr. Jaime Gil Aluja, por sus enseñanzas y apoyo en todo momento para el fortalecimiento de mi formación académica e investigadora, cuya obra relacionada con el tratamiento de la incertidumbre en el campo de las Ciencias Económicas y Empresariales haciendo uso de Fuzzy Logic siempre será una referencia obligada para el estudio del mejoramiento y posicionamiento empresarial como de clase mundial. También quiero agradecer al Dr. Antonio Terceño Gómez de la Universitat Rovira i Virgili, su amistad y apoyo incondicional, en mi formación académica, así como permitirme en diferentes etapas de mi vida ser parte de esa Institución.

A la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (México) mi aula mater por darme la oportunidad de ser nicolaita y parte del claustro de profesores en la Facultad de Contaduría y Ciencias Administrativas, de igual forma a la Facultad de Ingeniería (DEPFI - área de Sistemas) de la Universidad Nacional Autónoma de México, por proporcionarme los elementos base para afrontar los problemas de la vida académica e investigativa.

Gran parte de mi vida y tiempo lo he dedicado a la actividad profesional, académica y de investigación, apoyándola con la consultoría empresarial, partici-

pando en la solución de problemas que se presentan en la empresa en la vida cotidiana, siempre buscando la optimización de los sistemas que he tenido la oportunidad de colaborar en su intervención. Por esta razón una de las temáticas que han despertado mi atención en los últimos tiempos es el área de las finanzas y me es de interés para esta ocasión abordar como elemento estratégico de apoyo a una toma de decisiones eficiente y eficaz el tema descrito a continuación.

RESUMEN

En este trabajo se estudia y presenta el modelo *Black-Scholes*, basando su desarrollo en un enfoque en la probabilidad, se hace una extensión a través de una aplicación en la incertidumbre usando números borrosos, se contrastan los dos enfoques para poder potenciar esta metodología como un elemento estratégico en la toma de decisiones en la corporación cuando se enfrenta al problema de valuación de opciones europeas de compra, lo que permitirá que a partir de la determinación de las mejores condiciones para el conjunto de opciones que presentan el mejor nivel de rendimiento financiero y el menor riesgo, se tengan los elementos necesarios para la conformación del diseño de carteras de inversión óptimas para la corporación.

LAS DECISIONES FINANCIERAS EN LA INCERTIDUMBRE EN LA EMPRESA: Usando *Black-Scholes* como Estrategia

PRINCIPIOS FILOSÓFICOS BASE PARA EL TRATAMIENTO DE LAS CIENCIAS ECONÓMICAS

De acuerdo con Gil Aluja J, Gil Lafuente A.M. (2007) la ciencia económica ha tenido como uno de los objetivos fundamentales la búsqueda del orden y la estabilidad. En general cualquier economista del mundo busca tomar sus decisiones buscando la obtención de un equilibrio o bien pensando romper el equilibrio existente. Pero siempre con la idea de encontrar otro, que pueda ser más favorable para los intereses que pueda defender.

Ante la actuación de los seres humanos y organizaciones en un mercado abierto, de libre competencia, las fluctuaciones y la inestabilidad en procesos dinámicos se aprecian permanentes por lo que hoy día el medio de actuación está influenciado por un alto nivel de incertidumbre y demanda herramientas de análisis diseñadas en este ámbito del conocimiento orientadas a la construcción de nuevos equilibrios y una toma de decisiones más racionales, eficientes y eficaces.

Por ello, la actividad de investigación hoy día demanda apoyos decididos de los gobiernos, los centros de investigación, institutos y universidades en los que parte relevante de su trabajo es la formación de capital intelectual, generación de nuevo conocimiento y apoyo a la solución de los grandes problemas que se tienen en el mundo, para esto es de fundamental importancia la enseñanza, difusión y desarrollo de más conocimiento desde la óptica de la incertidumbre, lo que permitirá tener mayores elementos para el tratamiento de problemas complejos y así apoyar una toma de decisiones racional, eficiente y eficaz en beneficio de la humanidad.

De acuerdo con Poper K., citado en Gil Aluja J, Gil Lafuente A. (2007). “Todo acontecimiento es causado por un acontecimiento, de tal manera que todo acontecimiento podría ser predicho o explicado…”, “por otro lado el sentido co-

mún atribuye a las personas sanas y adultas la capacidad de elegir libremente entre varios caminos…". Esta especie de contradicción interior constituye un problema mayor que James William en1956, le llamo ***dilema del determinismo*.**

Para el Dr. Gil Aluja cuando se traslada este dilema a la física o a la economía aparece lo que se conoce como ***paradoja del tiempo,*** en la que se juega **nuestra relación con el mundo** o **con la sociedad.** Pero como se sabe la sociedad está en constante trasformación y actúa en un proceso complejo, dinámico e incierto.

La ciencia económica se ha ido alimentando al transcurrir el tiempo, de los conocimientos suministrados por la física, y como desde la dinámica newtoniana hasta la física cuántica se acepta la simetría temporal, sin distinción entre pasado, la ciencia económica se ha visto impregnada de atemporalidad, en este sentido el Dr. Gil Aluja establece que en los fenómenos económicos, el pasado y el futuro (tiempo) juegan un papel diferente y por tanto en el análisis y solución de problemas deberán tomar el estado que corresponda o de forma independiente, base o complementaria.

La paradoja del tiempo fue identificada por **Ludwig Boltzmann**, quien creyó posible seguir el ejemplo de **Chales Darwin** en biología y dar una descripción evolucionista de los fenómenos físicos. Su intento tuvo por efecto el poner en evidencia la contradicción entre las leyes de la física newtoniana – basadas la equivalencia entre pasado y futuro- y toda tentativa de formulación evolucionista que afirma una distinción esencial entre futuro y pasado. Hoy día esta percepción de la realidad y el tiempo ha cambiado, sobre todo desde el nacimiento de la *física de los procesos de no-equilibrio* con conceptos tales como la *auto-organización* y las *estructuras disipativas*.

El **origen de las especies** de Darwin -1859*,* considera que las **fluctuaciones** en las especies biológicas, gracias a la selección del medio, dan lugar a la evolución biológica **irreversible.** De la asociación entre **fluctuaciones** el Dr. Gil Aluja, establece que es en este concepto en el que se asimila la idea del azar, como él dice la incertidumbre e **irreversibilidad** son la base para que tenga lugar una **autoorganización** de los sistemas con una creciente **complejidad.** La descrip-

ción evolutiva se halla asociada con el concepto de **entropía,** que en termodinámica, permite distinguir entre procesos **reversibles** e **irreversibles**.

Desde hace ya unos decenios la ciencia económica ha buscado en distintos campos del conocimiento para encontrar los elementos necesarios con objeto de comprender mejor la complejidad inherente a los sistemas en los que se desbordan los equilibrios estables.

En los estudios económicos Gil Aluja J. (2005). "Establece que el transcurso del tiempo se concibe como aquel proceso mediante el cual a medida que el reloj avanza, un instante va pasando y otro ocupa su lugar". Lo que demanda la búsqueda del conocimiento de los **n** posibles equilibrios que pueda adoptar el sistema económico en su dinámica operativa en el tiempo y con esta base buscar su intervención orientándola hacia la mejora continua.

CRITERIOS BASE PARA LA DECISIÓN

De acuerdo con González S.F, Terceño G.A, Flores R.B., Díaz R. (2005), en la vida empresarial cotidiana el éxito pleno es difícil de conseguir a cualquier precio. Sin embargo haciendo uso de estrategias administrativas y financieras de alto impacto la mayoría de los ejecutivos modernos tienen que afrontar a lo largo de su camino una serie de obstáculos que exigen una comprensión profunda y un tratamiento cuidadoso de los problemas, para poder posicionar las organizaciones como líderes en los mercados globales.

Si bien el instrumental usado en la vida empresarial es ahora de una espectacular y alta tecnología. El funcionamiento básico de estas herramientas sigue basándose en la naturaleza del ser humano como ente de cambio y detonador del liderazgo, lo que marca que en cualquier organización, ya se trate del ejercito más eficiente y eficaz del mundo o de empresas de orden mundial del actual siglo XXI, el liderazgo fuerte y sabio marca toda la diferencia.

Con miras al futuro, se observa claramente que, las nuevas fuentes de riqueza están en el conocimiento y en la información, pilares fundamentales que se deban promover y ofrecer en las organizaciones como un proceso dinámico de

cambio. La economía se mueve en innovación constante, con cambios muy rápidos dónde triunfa la ciencia, no la suerte, ya que la perspectiva es el análisis de la matemática en la incertidumbre, esta es la hija de la razón y del método. Por ello no se pretende determinar el futuro, sin hacerlo con herramientas para gestionarlo. No redime de las incertidumbres, sino que enseña a vivir con ellas, a analizar tendencias a seleccionar el alud de datos y avizorar los peligros.

En la toma de decisiones económico, el ***Decisor*** de acuerdo con Lazári L, Machado E, Pérez R. (1998), es el ser humano que: conoce todos los cursos de acción, puede asignar consecuencias a cada curso de acción, conoce sus preferencias para cada consecuencia (resultado).

Los cursos de acción conforman las alternativas disponibles por el decisor.

Por ello los criterios que en general responden a las características de decisión en análisis. En este sentido se parte de situaciones genéricas de: decisiones en ambiente aleatorio, decisiones en condiciones de incertidumbre. Las primeras presuponen el poder definir (o conocer) una distribución de probabilidad sobre los estados del suceso.

Para el caso de decisiones en ambiente de incertidumbre nada se conoce en términos probabilísticos acerca del posible comportamiento futuro de los estados del suceso, sea este repetitivo o no.

Es importante hacer notar que como punto de partida las decisiones suelen situarse en un estado continuo que va desde la ignorancia plena hasta el acabado conocimiento de su comportamiento aleatorio.

En análisis de problemas empresariales el decisor siempre tiende a maximizar una función de utilidad o bien minimizar el costo operativo del sistema, independientemente de si la información es determinística, probabilística, estocástica o bien se da en la incertidumbre.

En los modelos de decisión se presupone incertidumbre, por lo que el decisor no puede conocer anticipadamente qué tipo de resultado se dará.

En la solución de problemas, éstos pueden ser tratados en un ambiente en el que se aplica la lógica clásica, esto se ocupa en general de razonamientos que tienen formulaciones muy precisas. Sin embargo en la lógica multivalente es en la que se encuentra la lógica borrosa o difusa (Fuzzy Logic), el razonamiento preciso es sólo un caso límite del razonamiento aproximado.

En este sentido el Dr. Zadhe (1965), precisa que "*La teoría de los subconjuntos borrosos es, de hecho, un paso hacia el acercamiento entre la precisión de las matemáticas clásicas y la sutil imprecisión del mundo real, un acercamiento nacido de la incesante búsqueda humana por lograr una mejor comprensión de los procesos mentales y del conocimiento"*

Las decisiones empresariales que se dan en el mundo actual que es incierto e impreciso, en el que los seres humanos y sus relaciones están afectadas de un alto nivel de vaguedad, por ello la realidad no puede estudiarse en términos absolutos con técnicas aplicables a situaciones ciertas, ni aun aleatorias.

Esto en virtud de que la forma de actuación del ser humano se da en un contexto más de la lógica borrosa, que en términos de exactitud plena. El ser humano en su búsqueda del logro de la precisión, ha intentado ajustar el mundo real a modelos matemáticos rígidos y estáticos. Para no caer en que ocurra, que si el modelo no se ajusta a la realidad peor para ella. Por ello la incorporación de las matemáticas en la incertidumbre (Fuzzy Logic). Éstas permiten describir y formalizar la realidad usando modelos más flexibles que interpreten las leyes que rigen el comportamiento humano y las relaciones entre ellos.

En general las decisiones relacionadas con inversiones que generalmente se hacen en las corporaciones es común que tengan que responder a preguntas como ¿qué inversiones deberán hacerse?, ¿cómo se deben pagar?, ¿qué rendimiento financiero en unidad de tiempo se espera?. Para el caso la primera pregunta tiene que ver con la forma de cómo gastar el dinero, la segunda con el cómo conseguirlo y la tercera de el cómo y dónde invertir tal que se orienten los esfuerzos a la generación de riqueza en la organización.

De lo anterior se tiene que siempre se busca para tener éxito el determinar estrategias de el cómo incrementar el valor. El cómo aconsejar o asesorar al inver-

sionista que invierte en la Bolsa de Valores para que *compre barato y venda caro.* Esto es una tarea del analista financiero, por ello para este caso como instrumento estratégico en la evaluación de opciones de compra tipo europeo, se tomará el Modelo de *Black-Scholes*, el cual se tratará a continuación usando un enfoque en la probabilidad y un análisis en la incertidumbre.

MODELO *BLACK-SCHOLES* UN ENFOQUE EN LA PROBABILIDAD

De acuerdo con Venegas Martínez F. (2008), Ross, Westefiel, Jordan (2006), una forma de la obtención de Black-Scholes (1973), para el cálculo de precio de una opción europea de compra, haciendo uso de un enfoque probabilista, se plantea lo siguiente.

Para el caso de análisis se asume que *el activo subyacente es una acción que no paga dividendos durante la vida del contrato y que su precio es conducido por un movimiento Browniano neutral al riesgo.*

El cálculo del precio o prima de la opción se hace obteniendo el valor presente del valor esperado del valor intrínseco.

Por lo que **primeramente,** se determina la función de densidad del precio del subyacente en la fecha de vencimiento.

En **segundo lugar**, se calcula la integral que define el valor presente del valor intrínseco esperado, esta cantidad proporciona el precio teórico del producto derivado en análisis, para ello es necesario conocer la forma de distribución del rendimiento del subyacente.

DISTRIBUCIÓN DEL RENDIMIENTO LOGARÍTMICO DEL SUBYACENTE

Considerando un proceso de Wiener $(W_t)_{t \in [0,T]}$ definido sobre un espacio fijo de probabilidad con una filtración $(\Omega, F, (F_t)_{t \in [0,T]}, P)$. Suponiendo que el precio de una acción al tiempo (t), S_t, es conducido por el movimiento geométrico Bowniano.

$$dS_t = \mu\, S_t\ dt + \sigma\, S_t\, d\, w_t$$

Para el caso, el parámetro de tendencia, $\mu \in R$, es el rendimiento medio esperado del activo subyacente y $\sigma > 0$, representa su volatilidad instantánea por unidad de tiempo. Con la aplicación del lema de Itó, se tiene:

$$d(\ln S_t) = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right) dt + \sigma\, dW_t \tag{1}$$

Discretizando la ecuación anterior con $\Delta t = T - t$, se obtiene:

$$\ln S_T - \ln S_t = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t) + \sigma\sqrt{T - t\,\varepsilon}$$

Dónde $\varepsilon \sim \aleph\,(0,1)$. Por lo tanto:

$$\ln\left(\frac{S_T}{S_t}\right) \sim \aleph\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\,\sigma^2\right)(T - t), \sigma^2\,(T - t)\right) \tag{2}$$

De lo anterior se observa, que el rendimiento logarítmico tiene una distribución normal con la misma varianza del cambio porcentual de (S_t), pero parámetros de tendencia, $\mu - \frac{1}{2}\,\sigma^2$, menor al rendimiento esperado de (μ).

VALUACIÓN NEUTRAL AL RIESGO

En virtud de que se hace una consideración de un rendimiento esperado (μ). La ecuación (1) no es independiente de las preferencias al riesgo de los agentes que participan en el mercado del subyacente.

Entre mayor sea la aversión al riesgo de un agente, mayor tiene que ser el rendimiento medio esperado (μ), a fin de que el premio $\gamma = \mu - r$ le sea atractivo al agente. Si se supone que todos los agentes son neutrales al riesgo, es decir, no requieren de un premio para inducirlos a participar en el mercado, entonces $\gamma = 0$, así, $\mu = r$, y de esta forma el rendimiento medio esperado de cualquier activo es la tasa de interés libre de riesgo (r).

Otra forma de hacer medición del premio al riesgo, consiste en estandarizar (γ) por unidad de varianza o de desviación estándar, es decir.

$$\lambda = \frac{r}{\sigma}$$

De ello si los agentes no requieren de un premio para inducirlos a participar en el mercado, se tiene $\lambda = 0$, lo que implica que μ = r, entonces:

$$d\,S_t = r\,S_t\,dt + \sigma\,S_t\left(\frac{\mu - r}{\sigma}\,dt + dW_t\right)$$

$$dS_t = r\,S_t\,dt + \sigma S_t\,(\lambda\,dt + d\,W_t)$$

Suponiendo que se es neutral al riesgo, , la ecuación (1), se transforma en:

$$dS_t = r\,S_t\;dt + \sigma\,S_t\,d\,w_t \tag{3}$$

Por lo que se toma que el movimiento Browniano está definido sobre una medida de probabilidad neutral al riesgo.

FUNCIÓN DE DENSIDAD DEL PRECIO DEL ACTIVO SUBYACENTE CUANDO SE ES NEUTRAL AL RIESGO.

Se asume un mundo que es neutral al riesgo en el que se cumple la ecuación (3), por lo que dado el resultado de (2), se tiene que:

$\ln\left(\frac{S_T}{S_t}\right)$, tiene una distribución normal con:

$$Media = \left(r - \frac{1}{2}\,\sigma^2\right)(T - t)$$

$$Varianza = \sigma^2\,(T - t)$$

Considerando, $\varepsilon \sim \aleph\,(0,1)$ y su función de densidad.

$$\phi(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{1}{2}\epsilon^2}, \epsilon \in \mathbb{R} \tag{4}$$

Definiendo:

$$g(\mathcal{E}) := S_T = S_t\,exp.\left\{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t) + \sigma\sqrt{T - t}\,\varepsilon\right\} \tag{5}$$

Se tiene:

$$\epsilon = g^{-1}\,(S_T) = \frac{ln\left(\frac{S_T}{S_t}\right)-\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{6}$$

Por lo que, la función de densidad de (S_T), dado (S_t) es dada por la siguiente ecuación:

$$f_{S_T|\,S_t}(s|S_t) = \phi\,(g^{-1}(s))\left|\frac{dg^{-1}(s)}{ds}\right| \tag{7}$$

Se tiene que el Jacobiano de la transformación satisface a:

$$\left|\frac{dg^{-1}(s)}{ds}\right| = \frac{1}{s\,\sigma\,\sqrt{T-t}}$$

Por lo que la función de densidad que se utilizará para el cálculo del valor esperado intrínseco de una opción europea es:

$$f_{S_T|\,S_t}(s|S_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(T-t)\sigma s}}\;exp.\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{s}{S_t}\right)-(r-\frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2\right\} \tag{8}$$

MEDIA Y VARIANZA DEL PRECIO DEL SUBYACENTE EN UN MUNDO CON COMPORTAMIENTO NEUTRAL AL RIESGO

Para el caso, considerando que el valor esperado del precio del subyacente al vencimiento, (T), es una cantidad que sirve como referencia para calcular el precio del ejercicio de la opción en análisis.

Para la determinación de la media y varianza de la variable aleatoria (S_T), tómese:

A partir de (6) se tiene:

$$\epsilon = g^{-1}\,(S_T) = \frac{ln\left(\frac{S_T}{S_t}\right)-\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

Lo que implica que:

$$s = S_t\,e^{\epsilon\,\sigma\left(\sqrt{T-t}\right)+(r-1/2\,\sigma^2)(T-t)} \tag{9}$$

Por lo que la diferencial satisface:

$$s = S_t\, e^{\epsilon\, \sigma\left(\sqrt{T-t}\right)+\left(r-1/2\, \sigma^2\right)(T-t)}\, \sigma\sqrt{T-t}\;\, d\epsilon \tag{10}$$

ó

$$ds = s\, \sigma\, \sqrt{T-t}\;\, d\epsilon$$

Dado el cambio de variable anterior, se calcula el valor medio de (S_T), dado el valor actual de (S_t), por lo que:

$$E\left[S_T \,\middle|\, S_t\right] = \int_0^\infty s\;\, f_{S_T|\,S_t}(s|S_t)\, ds =$$

$$= \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi(T-t)\sigma}}\; exp.\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{s}{S_t}\right)-\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2\right\} ds$$

Haciendo operaciones queda:

$$= S_t\, e^{r(T-t)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\; e^{-1/2\left(\epsilon-\sigma\sqrt{T-t}\right)^2}\, d\epsilon$$

Haciendo:

$$u = \epsilon - \sigma\sqrt{T-t}$$

Queda:

$$= S_t\, e^{r(T-t)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\; e^{-1/2(u)^2}\, du = S_t\;\, e^{r\,(T-t)}$$

Entonces el valor esperado o la media queda:

$$E\left[S_T \,\middle|\, S_t\right] = S_t\;\, e^{r\,(T-t)} \tag{11}$$

Es importante hacer notar que el valor esperado de $[S_T \mid S_t]$, representa el valor futuro del subyacente.

Para el cálculo de la varianza (el segundo momento de (S_T), se calcula como sigue, el valor esperado es:

$$E[S_T^2 \mid S_t] = \int_0^\infty s^2 \; f_{S_T \mid S_t}(s|S_t)\, ds$$

$$= \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi(T-t)}\sigma} \; exp.\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{s}{S_t}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2\right\} ds$$

Haciendo operaciones, se tiene:

$$= S_t^2 e^{\sigma^2 \;\; (T-t) + 2\, r\, (T-t)} = S_t^2 \; e^{(\sigma^2 + 2r)\,(T-t)} \tag{12}$$

Como la varianza es expresada como:

$$Var.[S_T \mid S_t] = E[S_T^2 \mid S_t] - E([S_T \mid S_t])^2$$

Haciendo operaciones queda:

$$Var.[S_T \mid S_t] = S_t^2 \; e^{2r\,(T-t)} \; (e^{\sigma^2\,(T-t)} - 1) \tag{13}$$

DETERMINACIÓN DEL PRECIO DE UNA OPCIÓN DE COMPRA

Si se asume una posición neutral al riesgo, *el precio de una opción de compra europea en (t) con precio del ejercicio (k) y teniendo vencimiento en (T)*, c = (S_t, t; T,k,r,σ), está dado por el valor esperado del valor presente del valor intrínseco, entonces:

$$c = e^{-r(T-t)} \; E\left\{\max(S_T - k, 0) \mid \mathcal{F}_t\right\}$$

Entonces:

$$c = e^{-r(T-t)} \int_0^{\infty} \max\,(s-k,0)\, f_{S_T|S_t}(s|S_t)\, ds =$$

$$= e^{-r(T-t)} \int_k^{\infty} (s-k)\, f_{S_T|S_t}(s|S_t)\, ds =$$

$$= e^{-r(T-t)} \int_{s>k}^{k} \mathrm{s}\ (f_{S_T|S_t}(s|S_t)\, ds - ke^{-r(T-t)} =$$

$$= \int_{s>k} f_{S_T|S_t}(s|S_t)\, ds =$$

$$e^{-r(T-t)} \int_{s>k} \frac{1}{\sqrt{2\pi(T-t)\sigma}}\ exp.\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{s}{S_t}\right)-(r-\frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2\right\} ds -$$

$$k\, e^{-r(T-t)} \int_{s>k} \frac{1}{\sqrt{2\pi(T-t)\sigma}}\ exp.\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{s}{S_t}\right)-(r-\frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2\right\} ds \qquad (14)$$

Resolviendo el sistema se tiene:

$$c = S_t\ \phi\,(d_1) - ke^{-r(T-t)}\, \phi\,(d_2)$$

Dónde:

Φ(d), es la función de distribución acumulada de $\varepsilon \sim \aleph\,(0,1)$, la cual es expresada como:

$$\phi(d) = \mathbb{P}_{\varepsilon}\{\varepsilon \leq \mathrm{d}\} = \int_{-\infty}^{\mathrm{d}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\ \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\epsilon^2}\ \ \mathrm{d}\epsilon = 1 - \emptyset(-\mathrm{d}) \qquad (15)$$

Pero:

$d_1 = d_1(S_t,t;\ T,k,r,\sigma) =$

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S_t}{k}\right)+(r+\frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \qquad (16)$$

Y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \qquad (17)$$

VALUACIÓN DE UNA OPCIÓN DE VENTA

Considerando que se tiene neutralidad al riesgo, el precio de una opción de venta del tipo europeo, p = p(S_t,t; T,k,r,σ), está dada como:

$$p = k\, e^{-\,r\,(T-t)}\, \phi(-d_2) - S_t\ \ \phi(-d_1)$$

Es importante precisar que el precio de una opción europea de venta también se puede obtener a través de la condición de paridad *pull-call*, expresada como:

$$p + S_t = c + k\, e^{-r(T-t)}$$

Tal que:

$$p = c + k\, e^{-r(T-t)} - S_t$$

Como ejemplo para ilustrar el presente análisis se tomará como base un caso de Ross, Westerfield, Jordan. (2006), el cual es modificado como se expresa a continuación. Tómese el caso que a un analista financiero se le ha pedido que determine cuál es el valor de la opción de venta sobre la acción, cuando en el mercado, hoy día, para una Opción Europea, se tiene la información hipotética siguiente: S_t = 70 €, k = 90 €, r = 8 % anual compuesta continuamente, σ = 20 % anual, t = 12 meses.

Para su solución el analista financiero, primeramente tendrá que conocer el precio *Black-Scholes* de la opción de compra, para posteriormente determinar el valor de una opción de venta sobre la acción de referencia.

Para el cálculo del precio *Black-Scholes* de la opción de compra se tiene la aplicación de la ecuación:

$$c = S_t\ \phi\,(d_1) - ke^{-r(T-t)}\,\phi\,(d_2)$$

Por lo que se requiere la determinación de (d_1) y (d_2), para el caso:

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S_t}{k}\right) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = \frac{ln\left(\frac{70}{90}\right) + (0.08 + \frac{(0.20)^2}{2}(1)}{0.20\sqrt{1}} = -0.7565$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} = -0.7565 - 0.20\sqrt{1} = -0.9565$$

Para el cálculo de probabilidades por la caracterización del usos de tablas tómese:

$d_2 = 0.1736$
$d_2 = 0.1685$
Para:
Φ $(\mathbf{d}_2) = 0.1736 + 0.1685 / 2 = 0.17105$
Para:
$d_1 = 0.2297$
$d_1 = 0.2236$

Φ $(\mathbf{d}_1) = 0.2297 + 0.2236 / 2 = 0.22665$

Por lo que **el precio de la opción de compra** es:

$$c = S_t \ \phi\,(d_1) - ke^{-r(T-t)}\,\phi\,(d_2) = 70\,(0.22665\,) - 90\,e^{-0.08}\,(0.17105) =$$

$$c = 1.654585406\,€$$

Para el caso **el valor de una opción de venta** sobre la acción de referencia es:

$$p = c + k\,e^{-r(T-t)} - S_t = 1.654585406 + 90\,e^{-0.08} - 70 =$$

$$p = 14.7350\,€$$

TRATAMIENTO EN LA INCERTIDUMBRE DE LA OPCIÓN

De acuerdo con Gil Lafuente A.M. (2001). El financiero (empresario), en el ejercicio de su actividad, se ve obligado a tomar decisiones para un mañana incierto, que tiene un comportamiento dinámico. Para que su empresa consiga los objetivos que desea es necesario, cada día con una mayor frecuencia, disponer de la participación y ayuda de expertos en el proceso de toma de decisiones.

Los cuales con su apoyo permitirán orientar de una forma más eficiente y eficaz las decisiones, de tal forma que estas sean lo más próximo a lo planeado y a una realidad esperada que posicione a la empresa como de clase mundial altamente competitiva.

Para ello la opinión de un panel de expertos para hacer análisis y solución de problemas es muy relevante, esto permite tener una visión más integral, que hacer los análisis solamente sobre datos del pasado o basados en estimaciones probabilísticas.

Para el caso de análisis hecho en el apartado anterior, se considera que la información ha sido proporcionada por un panel de expertos y calibrada y homogenizada haciendo uso del método delphi, lo que permite establecerla con un comportamiento de números borrosos triangulares como:

VARIABLE	**ESTADO**
S_t	(65, 70, 80) €
k	(85, 90, 95) €
r	(6, 8, 10) %
σ	(15, 20, 25) %
t	1 año

Para el caso en que se trabaja con información imperfecta, no precisa o derivada de un excelente pronóstico que la haga bien comportada, lo relevante será conocer el espectro de los posibles comportamientos del problema, de tal forma que se le proporcione al decisor (inversionista), todo el abanico de posibilidades que exprese el espectro de comportamiento en el intervalo en el que se mueve la información, el mismo es fortalecido con el conocimiento de los ***n*** escenarios que se planteen para tal fin.

Una vez realizadas las operaciones respectivas aplicando para (c) y (p) información conformada y representada por números borrosos triangulares, el precio de la opción de compra (**c**) y el valor de una opción de venta sobre la acción de referencia (**p**) haciendo las operaciones respectivas es:

INDICADOR	COMPORTAMIENTO
c	(0.4183, 1. 6555, 5.6176) €
p	(11.5736, 14.734, 15.4623) €

De lo anterior, un análisis comparativo de los criterios en que se trata *Black-Scholes* en la probabilidad e incertidumbre es mostrado como:

INDICADOR	COMPORTAMIENTO EN LA INCERTIDUMBRE	COMPORTAMIENTO EN LA PROBABILIDAD
c	(0.4183, 1. 6555, 5.6176) €	**1.654585406** €
p	(11.5736, 14.734, 15.4623) €	**14.7350** €

CONCLUSIONES

De la primera etapa en el análisis de caso, se tiene que el precio de la acción es de 70 € y el precio pactado es de 90 €**,** por lo que si se ejerciera la opción de venta en ese instante el inversionista podría obtener 20 € de beneficio por unidad, por lo que parecería que existe una posibilidad de arbitraje, pero el caso lamentablemente no es así. Por lo que es recomendable tener mucho cuidado con los supuestos de análisis establecidos en la solución de problemas financieros como el presente.

Es importante considerar que Black-Scholes, está diseñado para opciones tipo europeo, por lo que habrá que considerar que éstas sólo podrán ejercerse el último día de su fecha de vencimiento, mientras que las opciones tipo americano, si pueden ejercerse en cualquier instante.

Para el caso del análisis en un ambiente de incertidumbre, es muy normal, que si el precio pactado es más alto que el precio que tienen la acción en el mercado, así como su tasa de rendimiento, el precio de esta acción se comporta en sentido inverso al de la compra, sacrificando con ello un nivel de beneficio, por lo que es conveniente en tiempo real evaluar la movilidad de los ***n*** escenarios en los que en un intervalo se comporte la opción de interés y seleccionar el que represente una disminución de riesgo y un mayor beneficio para el inversionista.

Derivado de esto es importante precisar que con el mejor conjunto de opciones (las que presentan en su evaluación individual el mejor nivel de rendimiento financiero y menor nivel de riesgo) conformar y diseñar el modelo de carteras de inversión y como solución óptima de este, obtener la mezcla que representa los mayores beneficios del conjunto. Esto permitirá al inversionista en el periodo de análisis (horizonte de planeación) tener los niveles de rendimiento financiero más eficientes y eficaces con el menor nivel de riesgo.

BIBLIOGRAFÍA

Brealey M. A. (2010). *Principios de finanzas corporativas.* Mc Graw Hill. México

Dumrauf G. L. (2010). *Finanzas Corporativas.* Alfaomega. Argentina

Fernández P. (2002). *Valoración de Empresas.* Gestión 2000. Argentina

Gil Aluja J. (2005). *Reflexiones ante un nuevo pensamiento económico.* Centro de Investigación y Desarrollo del Estado de Michoacán (CIDEM). Morelia México.

Gil Aluja J, Gil Lafuente A, M. (2007). *Algoritmos para el tratamiento de fenómenos económicos complejos.* Editorial Universitaria Ramón Areces. España.

Gil Lafuente A. M. (2001). *Nuevas estrategias para el análisis financiero en la empresa.* Ariel. España.

González S. F., Flores R. B., Gil Lafuente A. M. (2010). *Modelos y teorías para la evaluación de inversiones empresariales.* FeGoSa-Ingeniería Administrativa-Ilustre Academia Iberoamericana de Doctores. Morelia México.

González S. F., Terceño G. A., Flores R. B., Díaz O. R. (2005). *Decisiones empresariales en la incertidumbre.* UMSNH-URV. Morelia México.

Hull J. C. (2009). *Introducción a los mercados de futuros y acciones.* Pearson . Prentice Hall. México.

Kaufmann A, Gil Aluja J, Terceño G. A. (1994). *Matemáticas para la Economía y Gestión de Empresas.*Vol.1: "Aritmética de la Incertidumbre". Foro Científico. Barcelona España.

Lazári L, Machado E, Pérez R. (1998). *Teoría de la decisión Fuzzy.* Ediciones Macchi. Argentina.

Ross , Westefiel, Jordan (2006). *Fundamentos de finanzas corporativas.* Mc. Graw Hill. México

Scott B, Brigham E.F. (2009). *Administración Financiera.* CENGAGE Learning. México

Venegas Martínez F.(2008). *Riesgos financieros y económicos (productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre).* CENGAGE Learning. México.

Zadeh L. (1965). *Fuzzy Sets.* Information and Control, 8, New York. US.

Discurso de contestación por el Académico de Número

EXCMO. SR. DR. D. LORENZO GASCÓN

EXCMO. SR. DR. D. LORENZO GASCÓN

Excmo. Sr. Presidente,
Excmos. e Ilmos. Sres.,
Señoras y Señores,

En primer lugar quiero agradecer al Excmo. Sr. Presidente haberme concedido el privilegio de responder en nombre de los miembros de esta Real Corporación al discurso de ingreso del nuevo Académico, Ilmo. Sr. Dr. D. Federico González Santoyo.

Como hemos dicho en otras ocasiones, la continuidad y el acervo de una Institución como la nuestra se consolidan con la cooptación, por la decisión, libre e independiente del Pleno de captar a personalidades del mundo científico que por su valer y prestigio refuerzan el saber y la tradición de esta Real Corporación.

El pasado día 15 de Septiembre el Dr. Joseph Stiglitz, Premio Nobel de Economía, leyó su discurso de ingreso. Con él son ya cinco los académicos de esta Real Corporación que han sido distinguidos con el Premio Nobel. No creo que haya otra Institución similar a la nuestra que cuente con tal número de académicos galardonados con el Nobel.

Hoy es el turno del Dr. González Santoyo como Académico correspondiente para México.

Deseo manifestar mi orgullo por ostentar el grado de Doctor Honoris Causa del Instituto Nacional de Estudios Jurídicos, Políticos y Sociales de México.

Pero, además, mi arraigo personal con ese querido país, el más grande de la Hispanidad, viene de antiguo.

Lo he visitado en repetidas ocasiones. Profesionalmente y en variados campos. Con especial frecuencia cuando ejercía el cargo de Consejero-Delegado de "Túneles y Autopistas de Barcelona S.A.". Era una cita obligada. La tecnología mexicana en la construcción de túneles en suelos inestables, es única en el mundo.

El tren metropolitano y subterráneo de Mexico D.F., sito en una laguna y por añadidura en una área sujeta a riesgos sísmicos no tiene parangón.

Y claro está, en viajes y estancias vacacionales con mi difunta esposa, arqueóloga de vocación. Todos sabemos que México para los estudiosos de esta disciplina representa un verdadero paraíso.

Pero no quiero cerrar esta introducción sin rememorar una efemérides para mi altamente emotiva y entrañable.

Fuí fundador y Presidente de la "Institución Tecnotransfer" en el seno de la Cámara Oficial de Comercio, Industria y Navegación de Barcelona. Tenía como objetivo el intercambio de tecnología racionalmente dimensionada a las necesidades de los países interesados.

En el curso de una visita a España del Presidente López Portillo nos animó a que celebráramos una manifestación de Tecnotransfer en México D.F.

Y fué precisamente en ocasión de dicho evento que, en la visita protocolaria que hice al Presidente me designó para que fuera yo quien pronunciara el discurso oficial de la Fiesta de la Raza el 12 de Octubre de 1979.

Al acto asistió el Presidente López Portillo con su Gobierno en pleno. En representación del de España se trasladó especialmente para el acontecimiento el que era Ministro de Industria D. Carlos Bustillo.

No puedo resistir la tentación, aún, de referirme a un aspecto artístico y cultural, poco conocido. Pero que da la medida de uno de los lazos monumentales e históricos del Estado de Michoacán con España. En realidad con Aragón.

El Instituto de Estudios Turolenses cuenta, entre otras, con una publicación de gran categoría y única en España en su especialidad. Se trata de "Shark-al-Andalus, Estudios Mudéjares y Moriscos". Pues bien, en el volumen nº 19 aparece una comunicación de 40 páginas firmada por la Dra. Inés Ortiz Bobadilla titulada "Derivaciones de la Arquitectura Mudéjar en el Estado de Michoacán, México".

Los frailes franciscanos, dominicos y agustinos, en el siglo XVI crearon en Michoacan escuelas de artes y oficios para instruir a los indios y fundaron los gremios de carpinteros, entalladores, ensambladores, violeros y albañiles. Fray Jerónimo de Mendieta, a finales del siglo XVI escribía que "los maestros españoles dan enseñanza y dan la obra a los indios y les dicen como quieren que las hagan y ellos la hacen tan perfecta que no se pueden mejorar".

Y así es como junto con Teruel, Michoacan es adalid en arte mudéjar por sus muchos y extraordinarios edificios monumentales.

Sobresalen, entre otros, el templo de San Francisco con sus magníficos artesonados policromados, las iglesias de la Asunción, de Santa Ana, las capillas del Santo Sepulcro, de San Miguel Arcángel y de Guatápera con su ventana idéntica a la de la Medersa de Marrakech, etc., etc.

Recientemente la Dra. Gil-Lafuente hizo entrega de un ejemplar del citado volumen de "Sharq-al-Andalus" a la Biblioteca de la Universidad Michoacana.

Me pregunto si sería una buena idea que Mexico presentara la candidatura de Michoacán para que su arte mudéjar fuera declarado "Patrimonio Mundial por la UNESCO"

La hoja de vida del Dr. Federico González Santoyo es excepcional. Nació y reside en Morelia, capital del Estado de Michoacán. Es Doctor en Ciencias por el Centro de Investigación y Desarrollo del Estado de Michoacán, con Mención Honorífica. Doctor en Ingeniería por la Universidad Nacional Autónoma de México, Doctor en Economía y Empresa de la Universidad Rovira i Virgili. Además es Maestro, esto es, Master – anglicismo que utilizamos en nuestro país – en Ingeniería y en Administración de Empresas por la Universidad de San Nicolás de Hidalgo. Es Presidente del Consejo de Investigación de la Universidad La Salle, de Morelia, etc., etc.

Autor de numerosos libros entre los que cabe destacar "Proyectos en la Industrialización Forestal" (1990), "La Incertidumbre en la Evaluación Financiera de Empresas" (2001), "Diseño de Empresas de Orden Mundial" (2003), "La

Gestión de los Recursos Humanos" (2004), "Decisiones Empresariales en la Incertidumbre" (2005), "Techniques and Methodologies for Modelling and Simulation of Systems" (2005), "Decisiones Empresariales" (2006), "Modelos y Estrategias para el Desarrollo" (2007), "Fuzzy Sets in Management, Economics and Marketing" (World Scientific 2001), "New Logics for the New Economy" (Edizione Scientifiche Italiane, 2001), "Gestión del Conocimiento en Pequeñas y Medianas Empresas" (2008), etc., etc.

Ha dirigido 241 tesis; 44 de Licenciatura, 159 de Maestría y 38 de Doctorado en diferentes instituciones de educación. Ha sido Secretario Académico y Director de la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera de la UMSNH, Subdirector de Planeación Universitaria, Jefe de la División de Estudios de Postgrado en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Jefe del Departamento de Investigación, Desarrollo y Vinculación, Director – Editor de las Revistas "Ciencias Empresariales" y "Gestión Empresarial". Ha sido Profesor de la División de Estudios de Postgrado de la Universidad Autónoma de México, de Doctorado en Economía y Empresa de la Universidad Rovira y Virgili, etc. etc.

Es miembro de los comités científicos de las revistas "Fuzzy Economic Review", "J, Management" (Université Dauphine, Paris), etc., etc.

Es representante para México de la "International Association for Fuzzy Sets, Management and Economy", de la "International Association for Modelling and Simulation Techniques in Enterprises", Socio de Número de la Sociedad Mexicana de Geografía y Estadística, Académico Correspondiente para México de la "Reial Acadèmia de Doctors" de España, Doctor Honoris Causa (2007), Doctor en Filosofía Ph, D. (2008), Doctor en Educación Iberoamericana (2008), por el Consejo Iberoamericano, Académico de la Academia Mexicana de Ciencias, Artes, Tecnología y Humanidades, etc., etc.

El Dr. González Santoyo, humanamente, es todo un personaje. Casado con la Dra. Beatriz Flores, Catedrática de Investigación Operativa, es padre de dos hijos. Pero, a modo de colofón de este laudatio, digamos que es cinturón negro y 5º Dan en Karate, Presidente de la Asociación Michoacana de Karate y

Vicepresidente de la Asociación Mexicana de Karatedo Syto Ryu. Así, tal como suena. En latin, “Mens sana in corpore sano”.

El recipiendario ha escogido como título de su discurso “Las decisiones financieras en la incertidumbre en la empresa usando “Black-Scholes” como estrategia”.

El Dr. González Santoyo nos ha recordado que la ciencia económica ha tenido como uno de los objetivos fundamentales la búsqueda del orden y la estabilidad.

Por mi parte me permito añadir que es lo mismo que afirmar que la economía solo debiera tener por objetivo servir a las personas.

En este contexto, el nuevo académico parte de la base de que en un mercado abierto, de libre competencia, las fluctuaciones y la inestabilidad en procesos dinámicos se aprecian como permanentes, por lo que el medio de actuación está influenciado por un notable grado de incertidumbre. Y ello requiere herramientas de análisis que permitan una toma de decisiones más racionales, eficientes y eficaces.

Repetidamente ha hecho mención a las aportaciones del Dr. Gil Aluja y de la Dra. Ana Gil-Lafuente en este nuevo campo de la investigación que se conoce como “paradoja del tiempo” y que anteriormente se había calificado como “dilema del determinismo”.

Su raíz se remonta, en cierto modo, a los logros de Charles Darwin en biología al dar una descripción evolucionista de los fenómenos físicos.

La panoplia instrumental de que dispone el empresario de hoy, es amplia, variada y de alta tecnología. El conocimiento y la información son los pilares básicos de la toma de decisiones.

Pero la decisión siempre presupone incertidumbre. Quien decide no sabe por anticipado el resultado.

El mundo actual es incierto e impreciso. A pesar, añado, de la alta tecnología de que disponemos. La globalización es consecuencia de la tecnología. Sin "high-tech" no habría globalización.

Es por ello que la incorporación de las matemáticas en la incertidumbre, la "fuzzy logic", permiten describir y formalizar la realidad usando modelos más flexibles que interpreten las leyes que rigen el comportamiento humano y las relaciones entre ellos.

Y así, el recipiendario plantea que con estos nuevos logros de las matemáticas se pueda dar respuesta a preguntas como ¿Qué inversiones deberán hacerse? ¿Cómo se deben pagar? ¿Qué rendimiento financiero en unidad de tiempo se espera?, etc.

Y, a partir de aquí, el Dr. González Santoyo nos ha sumergido en el Modelo *Black-Scholes* para el cálculo de precios de una opción de compra europea.

Todo un enfoque de la probabilidad, basado en desarrollos matemáticos de alta gama.

Nos ha advertido que *Black-Scholes* está diseñado para opciones de tipo europeo que solo podrán ejercerse el último día de su fecha de vencimiento, mientras que las opciones de tipo americano sí pueden ejercerse en cualquier instante.

Esta Real Academia debe complacerse con este discurso de ingreso fruto de años de profunda investigación científica.

Y, de manera especial, porque es una importante aportación en la difusión de los nuevos modelos basados en los números borrosos que todavía, en España, están muy circunscritos al ámbito universitario y al de los estudiosos de las matemáticas.

Es un hecho que, aquí, a nivel empresarial, sea en la industria, los servicios y la banca, las decisiones se toman, aún, mayormente por el empirismo basado en

la experiencia y la intuición y con un alto grado de desconocimiento del tipo de modelos que tan brillantemente ha descrito el Dr. González Santoyo.

Sin duda su discurso ayudará en buena medida a que muchos "decisores", como él los ha calificado, sean conscientes de que las incertidumbres pueden ser matizadas con este nuevo y fascinante mundo de las matemáticas.

Permítaseme felicitar, de todo corazón, al nuevo académico por su magnífico discurso, darle de nuevo la bienvenida y congratular a la Real Academia por el acierto en incorporar a nuestras tareas a una personalidad científica de la categoría del Dr. Federico González Santoyo.

Muchas gracias por su atención.