LOS TITULOS QUE EMITE LA EMPRESA Y LA TEORIA DEL PRECIO DE LAS OPCIONES

© Matilde Fernández Blanco
Jaime Gil Aluja

Depósito Legal: V - 1509 - 1992

PUBLICACIONES DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS
ECONOMICAS Y FINANCIERAS

LOS TITULOS QUE EMITE LA EMPRESA Y LA TEORIA DEL PRECIO DE LAS OPCIONES

DISCURSO DE INGRESO DE LA ACADÉMICA CORRESPONDIENTE ELECTA

ILMA. SRA. DRA. DÑA. MATILDE FERNÁNDEZ BLANCO

en el acto de su recepción, el día 21 de mayo de 1992

DISCURSO DE CONTESTACIÓN POR EL ACADÉMICO DE NÚMERO

EXCMO. SR. DR. D. JAIME GIL ALUJA

BARCELONA
1992

INDICE

1. INTRODUCCION 9

2. LAS OPCIONES SENCILLAS 11

3. LA VALORACION DE LAS OPCIONES 21

4. LOS TITULOS QUE EMITE LA EMPRESA COMO OPCIONES 29

5. ANALISIS DE LAS HIPOTESIS BASICAS 37

6. LOS RATIOS CARACTERISTICOS DE LOS TITULOS 43

7. RENTABILIDAD Y RIESGO DE LOS TITULOS 55

8. COMENTARIOS FINALES 67

BIBLIOGRAFIA 71

Discurso de contestación por el Académico de Número Excmo. Sr. Dr. D. Jaime Gil Aluja 75

EXCELENTÍSIMO SEÑOR PRESIDENTE.
EXCELENTÍSIMOS SEÑORES ACADÉMICOS.
EXCELENTÍSIMOS E ILUSTRÍSIMOS SEÑORES,
SEÑORAS Y SEÑORES:

Quiero expresar, ante todo, mi más sincero agradecimiento a los Excelentísimos Señores Académicos por haberme elegido Académico Correspondiente de esta Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras. El honor que me dispensan al acogerme como miembro de esta Institución a la vez que me enorgullece y colma mis esperanzas, me obligará en lo futuro a intentar superarme para ser digna de él.

La labor del profesor universitario, tanto en su faceta docente como en la investigadora, se desarrolla habitualmente dentro de una gran soledad. A veces, nos sentimos como un «corredor de fondo» en una larga carrera donde no está bien delimitado el recorrido, ni está establecida la meta o final de trayecto. La única información de que disponemos es que el camino será largo y duro, y el esfuerzo será mal comprendido y valorado.

Trabajamos con el temor de que podemos equivocarnos de ruta, al correr en solitario sin referencias concretas, y así, vamos pasando los distintos hitos que pudieran o no conducirnos a la meta.

Por esta razón, el hecho de ser acogida como Académico Correspondiente por esta Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras, es para mi no sólo motivo de emoción y gratitud, sino también de tranquilidad, porque me asegura que he encontrado una trayectoria que me ha sido reconocida de la forma más satisfactoria y honorable.

Agradeciendo, pués, muy sinceramente a los Académicos que me han propuesto y a todos que me acogen en esta Institución, y manifestando mi firme propósito de trabajar con todas mis fuerzas para mantenerme digna de ella, paso a desarrollar mi discurso de ingreso que versa sobre una materia que me es muy querida y en la que llevo trabajando algunos años: las aportaciones de la teoría del precio de las opciones a la teoría de la financiación. El tema concreto escogido para mi trabajo es: «Los títulos que emite la empresa y la teoría del precio de las opciones».

1

INTRODUCCION

La Teoría de la Financiación ha ido evolucionando desde las iniciales propuestas descriptivas hacia modelos normativos que intentan explicar no sólo lo que ocurre sino también «lo que debe ser» en el complejo mundo de las finanzas empresariales.

Las innovaciones y continuos cambios que se producen en los entornos financieros, la incertidumbre que enmarca la toma de decisiones económicas, la interrelación existente entre las decisiones de inversión-financiación, son algunos de los factores que hacen muy difícil, por no decir imposible, plantear modelos globales que expliquen el comportamiento financiero de la empresa.

No obstante, desde hace muchos años los esfuerzos de investigación se centran en intentar conseguir estructuras teóricas que expliquen el comportamiento financiero global de la empresa.

Muchos de los modelos que se utilizan ampliamente por su gran poder explicativo han surgido al intentar resolver un problema concreto, generalmente de pequeña entidad, y posteriormente, al explotar los resultados obtenidos, se han ampliado y generalizado desbordando ampliamente el ámbito para el que habían sido creados.

Este es el caso de una de las aportaciones teóricas producidas estos últimos años y que merece un lugar destacado en la moderna teoría de la financiación, la denominada «Teoría del Precio de las Opciones». Esta surge al intentar valorar un activo financiero concreto «las opciones» que se cotizan en mercados organizados y que han tenido un desarrollo extraordinario a partir de mediados de los años 70. Las ecuaciones concretas ideadas para valorar opciones deno-

minadas sobre activos financieros se han mostrado muy útiles para ser aplicadas a otros muchos tipos de activos, tanto financieros como reales, estableciéndose a partir de ellas todo un entramado teórico que se suele denominar «Teoría de valoración de activos derivados».

La razón estriba en que las opciones son el caso más sencillo de un tipo de activos denominados «activos contingentes» o «activos derivados»,en el que se pueden englobar muchos de los activos que son objeto de estudio en economía y más concretamente en teoría de la financiación.

Un activo **contingente** o derivado es simplemente cualquier activo cuyo valor dependa o sea función de otro denominado «**básico**» o «**subyacente**». Evidentemente, la relación de dependencia puede ser de cualquier tipo: cualitativa, cuantitativa, funcional, numérica, explícita, implícita, etc., El hecho de que en el caso de las opciones la relación de dependencia sea particularmente sencilla hace que se puedan obtener, en algunos casos, soluciones analíticas explícitas para las ecuaciones de valoración que son fáciles de aplicar y explotar.

El tema que vamos a desarrollar es precisamente la aplicación de los modelos de valoración de opciones al área de financiación de la empresa, y más concretamente la aplicación del modelo de Black y Scholes para valorar los títulos que emite la empresa.

Para ello, revisaremos brevemente el concepto de opción y las hipótesis de base que permiten deducir la ecuación explícita para su valoración. Después aplicaremos dicha ecuación para valorar las acciones y obligaciones que emite la empresa, analizando los problemas e inconsistencias que surgen al mantener las hipótesis de base, estudiando, para finalizar, las características de los títulos y sus propiedades más importantes.

2

LAS OPCIONES SENCILLAS

Una opción es un contrato entre dos partes, comprador o propietario y vendedor o emisor, que reconoce unos derechos y establece unas obligaciones entre ellas.

El **propietario** de la opción tiene el derecho a comprar/vender al emisor cierto activo (denominado subyacente) en/o durante un tiempo determinado (momento de expiración) a un precio establecido previamente (precio de ejercicio). En contrapartida está obligado a pagar al emisor el precio o prima de la opción.

El **emisor** de la opción recibe la prima en el momento inicial y tiene la obligación de vender/comprar el subyacente si el propietario ejercita su derecho.

Hay dos clases diferentes de opciones básicas. La **opción de compra** o «call» que da derecho a comprar el subyacente, y la **opción de venta** o «put» que da derecho a vender el subyacente. Según el periodo en que se puede ejercitar el derecho, hay dos tipos de opciones, las opciones «**europeas**» que sólo permiten ejercitar el derecho en un momento determinado del tiempo y las opciones «**americanas**» que permiten ejercitar el derecho de opción en cualquier momento hasta la expiración.

Aunque la mayor parte de los mercados organizados o bolsas de opciones negocian opciones americanas, nosotros, mientras no se diga lo contrario, trataremos exclusivamente de opciones europeas, considerando, además, la hipótesis adicional de que el activo subyacente no produce ningún tipo de resultados durante la vida de la opción. Es decir, desde que se crea la opción hasta su expiración, no existen intercambios de flujos de caja entre propietario y emisor del activo básico.

Denominamos[1]:

c, precio o valor de una opción call,

p, precio o valor de una opción put,

E, precio de ejercicio

T, momento de expiración,

t, tiempo que falta para la expiración de la opción,

S, precio o valor de mercado del activo subyacente,

σ^2, la varianza instantánea del precio del activo subyacente,

r, tipo de interés sin riesgo.

En el momento de la expiración, T, el propietario de una opción call sólo ejercerá su derecho a comprar el activo subyacente si su precio de mercado, S_T, es superior al precio de ejercicio, en cuyo caso obtendrá una ganancia en ese momento de: S_T - E. En caso contrario, la opción call no vale nada y «muere» sin ser ejercitada. Así pues, el valor de una opción call en el momento de la expiración será:

$$c_T = \text{máx}\ (0, S_T - E) \qquad [1]$$

En el momento inicial el valor de la opción coincidirá con la prima o precio que se paga por ella, y a lo largo de toda su vida la opción call tendrá un valor concreto que dependerá de una serie de variables y parámetros característicos,

$$c = c\ (S, t; E, \sigma^2, r) \qquad [2]$$

El valor de la call depende de dos variables fundamentales: el valor de mercado o precio del activo subyacente y el tiempo que falta para la expiración, y de tres parámetros característicos: el precio de ejercicio, el riesgo del activo subyacente y el tipo de interés sin riesgo.

Se puede demostrar, incluso por argumentos intuitivos que la ecuación [2] cumple las condiciones[2]:

---

(1) Las variables y parámetros con subíndice 0 ó T, indican el valor concreto que toman en ese momento determinado del tiempo, y si no llevan subíndice, se refieren a un momento cualquiera intermedio del horizonte temporal considerado.

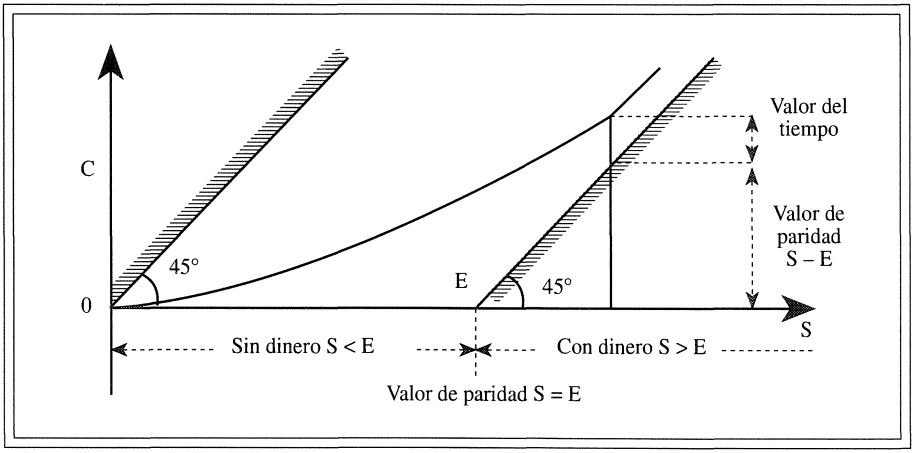
$$\frac{\partial c}{\partial S} > 0,\ \frac{\partial c}{\partial E} < 0,\ \frac{\partial c}{\partial t} > 0,\ \frac{\partial c}{\partial r} > 0,\ \text{y}\ \frac{\partial c}{\partial \sigma^2} > 0 \qquad [3]$$

El valor o precio de la call tiene unos limites muy precisos que se representan en la Figura 1. El valor de la opción de compra no puede ser mayor que el precio actual del activo subyacente: ningún inversor racional pagará el precio del propio activo subyacente por un simple derecho a comprarlo en una fecha futura.

Por otra parte,si el vendedor es racional,una opción nunca valdrá menos que su propio valor facial en ese momento, que viene dado por la expresión [1]. Es decir, si S<E, la opción, que se denomina «out of the money» puede llegar a valer cero, pero si S>E, la opción, que se denomina «in the money» siempre valdrá más que S-E, que sería su valor si expirase en ese momento.

En un momento determinado del tiempo el precio o valor de la opción call vendrá dado por una función tal como la indicada en la ecuación [2]. Si todas las variables y parámetros permanecen constantes, excepto el valor del activo subyacente, el precio de la call vendrá dado por una curva creciente tal como la representada en la Figura 1.

FIGURA 1
LIMITES DEL VALOR DE UNA OPCION CALL



(2) Ver por ejemplo, Cox, J. C. y Rubinstein, M. (1985); Fernández Blanco, M (1986) y Valero,F. J. (1988), entre otros

En el caso de una opción put, el propietario sólo ejercerá su derecho a vender el activo subyacente en el momento de la expiración si el precio de mercado, S_T, es inferior al precio de ejercicio, E, obteniendo en ese caso una ganancia igual a: $E - S_T$. Si no se da esta circunstancia, la opción put no vale nada y «morirá» sin ser ejercitada. El valor de la opción put en el momento de la expiración será:

$$p = \text{máx}\ (0, E - S_T) \qquad [4]$$

En el momento inicial el valor de la opción put coincide con el precio o prima que se paga por ella, y a lo largo de toda su vida la put tendrá un valor concreto que dependerá de las variables S y t y de los parámetros E, σ^2 y r.

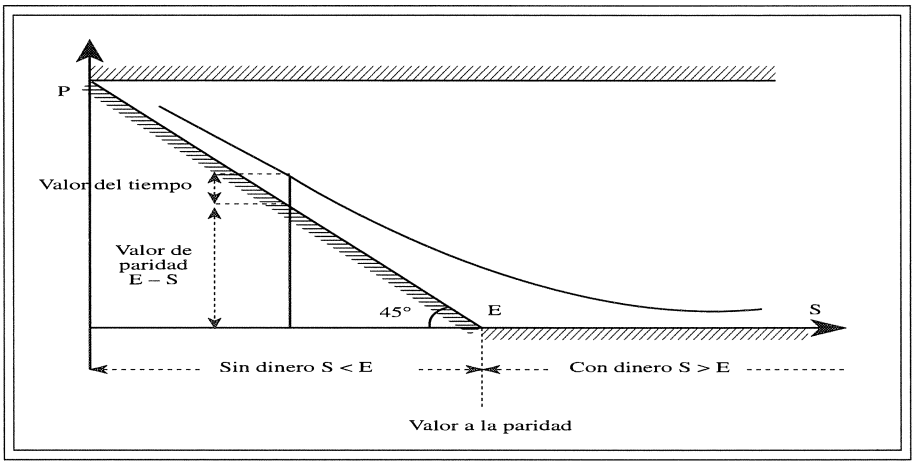
$$p = p\ (S, T; E, \sigma^2, R) \qquad [5]$$

Se puede demostrar que la función [5] cumple las condiciones:

$$\frac{\partial p}{\partial S} < 0,\ \frac{\partial p}{\partial E} > 0,\ \frac{\partial p}{\partial t} > 0,\ \frac{\partial p}{\partial \sigma^2} > 0,\ \text{y}\ \frac{\partial p}{\partial r} < 0 \qquad [6]$$

En la Figura 2 se representan los limites de variación de una opción put, y una curva representativa de la función [5] cuando se mantienen constantes todas las variables y parámetros excepto el valor del activo subyacente.

FIGURA 2
LIMITES DEL VALOR DE UNA OPCION PUT



Si el vendedor es racional, la opción put nunca valdrá menos que su propio valor facial en ese momento. Es decir, si S<E, la opción, que se denomina «in the money» siempre valdrá más que E - S, que sería su valor si expirase en ese momento; mientras que si fuese S>E, la opción estaría «out of the money» y podría llegar a valer cero.

Por otra parte, si el comprador de la opción put es racional, nunca pagaría más del precio de ejercicio por un simple derecho a vender el activo subyacente en un momento futuro por ese misma cantidad E.

Otra forma de representar el valor que tienen las opciones en distintos momentos del tiempo es a través de los llamados cuadros de arbitraje. El Cuadro 1 recoge los flujos netos de caja que reflejan el valor de las posiciones de inversión del comprador y emisor de opciones.

CUADRO 1
CUADRO DE ARBITRAJE DE LAS POSICIONES DE INVERSION EN OPCIONES

Posición de inversión	Valor en el momento inicial	Valor en el momento T		Valor en $0 < t < T$
		$S_T \leq E$	$S_T > E$	
Comprar call	$-c_0$	–	$S_T - E$	c_t
Vender call	c_0	–	$E - S_T$	–
Comprar put	$-p_0$	$E - S_T$	–	p_t
Vender put	p_0	$S_T - E$	–	–

En una opción concreta hay dos posiciones básicas de inversión: la del comprador, que se denomina posición a largo y la del vendedor de la opción, que se denomina posición a corto o en descubierto. Las posiciones son totalmente opuestas dado que la suma de resultados es cero. La diferencia esencial entre ellas es que en cualquier momento intermedio del tiempo el comprador es propietario de un activo financiero, que puede vender, obteniendo su valor de mercado.

Una forma alternativa de representar las posiciones de inversión, no sólo en opciones sencillas sino en todo tipo de activos financieros, es a través de gráficos que recogen los beneficios o perdidas que se originan en un momento determinado del tiempo.

En la Figura 3 se representan las posiciones de inversión elementales o básicas en opciones y en el activo subyacente. En ordenadas figuran los beneficios o perdidas obtenidos en el momento de expiración de la opción y en abscisas el valor o precio de mercado que toma en ese momento el activo subyacente. Se aprecia claramente como la compra y la venta de una opción, o dicho de otra forma, las posiciones a corto y a largo en el activo derivado son totalmente opuestas.

En el caso del activo básico, la posición a largo corresponde a una inversión «naif» o de «comprar y guardar», es decir, la compra del activo en el momento inicial, tiempo 0, y su venta en el momento final, T, que coincide con el momento de expiración de las opciones. La posición a corto corresponde a la venta «en descubierto» del activo, o sea, se vende el activo del que no se dispone en el momento inicial, tiempo 0, y se debe entregar en el momento final, tiempo T, comprándolo precisamente en ese momento para poder realizar la entrega.

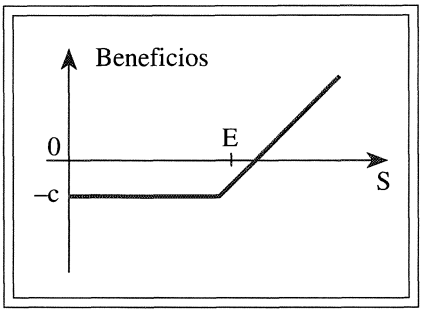
Aunque no lo representamos gráficamente, otra alternativa elemental de inversión es tomar posiciones a largo y a corto en bonos sin riesgo, que coincidiría con los resultados de prestar y pedir prestado, por cuanto aseguran una ganancia o perdida constante que no depende del precio que tenga en el momento final el activo subyacente.

Por otra parte, existe una relación teórica entre el valor de las opciones call y put, denominada **relación de paridad call-put**, que permite obviar el cálculo directo del precio de la opción put, por cuanto éste es función del precio de la opción call.

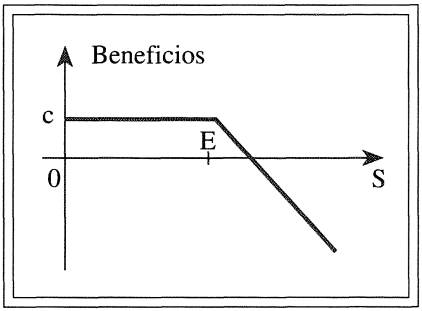
Para obtener dicha relación, se deben suponer mercados perfectos en los que no sea posible establecer relaciones de arbitraje. Es decir, para conseguir un beneficio se debe realizar una inversión o asumir riesgos, a cero inversión y situación de riesgo nula, corresponde un beneficio cero, y a una inversión segura corresponde siempre un rendimiento igual a la tasa de interés sin riesgo.

Analicemos la siguiente inversión: en el momento inicial se forma una cartera constituida por la compra de una opción put y la venta de una opción call, ambas denominadas sobre el mismo activo básico, con la misma fecha de

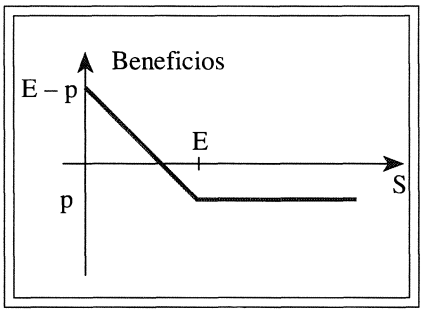
FIGURA 3
POSICIONES ELEMENTALES DE INVERSION



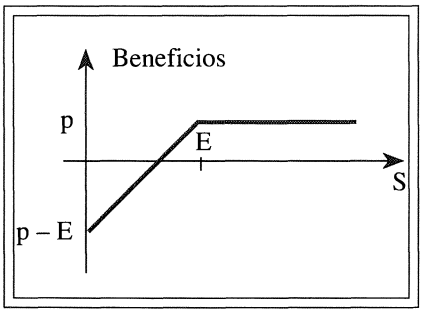
3.1. Compra de una opción call



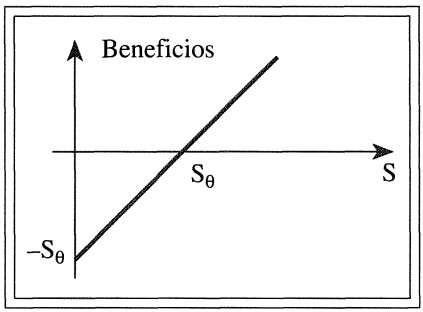
3.2. Venta de una opción call



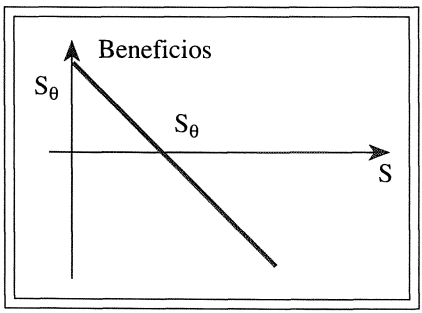
3.3. Compra de una opción put



3.4. Venta de una opción put



3.5. Posición a largo en el activo subyacente



3.6. Posición a corto en el activo subyacente

expiración y el mismo precio de ejercicio, a la vez que se compra el activo subyacente. Esta cartera se financia pidiendo un préstamo de Ee^{-rt}, del que se devolverán E ptas. en el momento de expiración de las opciones.

El cuadro de arbitraje que indica estas operaciones, suponiendo que el activo subyacente se vende en el momento de expiración de las opciones, está representado en el Cuadro 2.

CUADRO 2
CUADRO DE ARBITRAJE DE LA CARTERA DE INVERSION

Posición de inversión	Valor en el momento inicial	Valor en el momento T	
		$S_T < E$	$S_T > E$
Comprar subyacente	$-S$	S_T	S_T
Vender call	c	$-$	$-(S_T - E)$
Comprar put	$-p$	$E - S_T$	$-$
Préstamo	Ee^{-rt}	$-E$	$-E$
Resultado	$c - p - S + Ee^{-rt}$	0	0

Como se pone de manifiesto en el Cuadro 2, la cartera analizada constituye una inversión sin riesgo cuyo resultado final es cero sea cual sea la cotización del activo subyacente en el momento final T. Por lo tanto, a un resultado nulo sin riesgo debe corresponder cero inversión en el momento inicial.

$$c - p - S + E\,e^{-rt} = 0 \qquad [7]$$

despejando el precio de la opción put, se obtiene la «relación de paridad call-put».

$$p = c - S + Ee^{-rt} \qquad [8]$$

Como ya indicamos, nos estamos limitando al análisis de las opciones europeas en las que el activo subyacente no produce ningún resultado durante la vida de la opción. Si el activo básico fuese una acción u obligación que paga dividendos o intereses, habría que introducir los «pagos esperados» como factor o parámetro del que depende el valor de la opción.

Por otra parte, si las opciones fuesen americanas, habría que utilizar otro tipo de razonamientos. Se puede demostrar que las opciones call americanas tienen el mismo valor que las europeas si el activo subyacente no realiza pagos intermedios, pero las opciones put americanas son siempre más valiosas que sus homónimas europeas. Es decir, el poder ejercitar antes del momento de expiración una opción put, es un derecho adicional valioso, cosa que no ocurre con las opciones call[3].

La ventaja que supone la existencia de mercados secundarios organizados para negociar estos activos, es que en ellos se consigue poner precio a las opciones por mecanismos de mercado que aseguren la competencia, por lo que el valor de las opciones coincide en cada momento con la cotización de las mismas en bolsa. Este precio viene dado por la coincidencia de oferta y demanda en el mercado, y, si el mercado funciona bien, representa en cada momento el valor del activo financiero. Es decir, el mercado proporciona los valores reales de c y p en cada instante.

Por otra parte, al igual que todos los modelos de valoración de activos financieros, los modelos de valoración de opciones intentan establecer estructuras analíticas que expresen el valor teórico o precio teórico de una opción en función de variables o parámetros observables y fácilmente medibles en los mercados reales. Es decir, calculan la forma funcional concreta de las expresiones [2] y [5].

---

(3) Ver por ejemplo, Merton, R. C. (1973) y Cox, J. C. y Rubinstein, M. (1985), entre otros.

3

LA VALORACION DE LAS OPCIONES

Existen muchos modelos de valoración de opciones, entre los que destaca el propuesto por Black y Scholes en 1973. De hecho, la versión que vamos a exponer, fue la primera solución explícita para obtener el precio de una opción call europea y dió lugar a lo que se llama Teoría del Precio de las Opciones.

En los modelos actuales, el problema de valoración de activos arriesgados se centra no sólo en el análisis de las propiedades o características estocásticas de los flujos de caja que produce el activo que se va a valorar, sino también en una descripción y medida adecuada del riesgo del activo y en el comportamiento del inversor que toma las decisiones.

Para ello se necesita especificar bien las hipótesis sobre estructura, funcionamiento y características de los mercados de capital, que son en definitiva los que proporcionan las tasas de actualización adecuadas al riesgo de los activos. Normalmente, en los modelos más completos, la toma de decisiones del individuo o inversor se aborda desde la perspectiva de un problema de consumo-inversión: qué parte de riqueza se dedica al consumo actual y que activos se adquieren con el resto para asegurar el consumo futuro. También resulta necesario señalar previamente la actitud concreta del inversor ante el riesgo, e incluso, en muchos casos, especificar su función de utilidad[4].

El modelo de Black y Scholes no es un modelo completo, se circunscribe al cálculo del valor de una opción call europea en la que el activo subyacente son

(4) Copeland, T. E. y Weston, J. F. (1988).

acciones corrientes de una empresa que no paga dividendos durante el periodo de vida de la opción.

Las hipótesis básicas mínimas para deducir este modelo son[5]:

H.1.- Mercados de capitales perfectos.

H.2.- No hay restricciones sobre ventas a corto de títulos.

H.3.- Existe una tasa de interés sin riesgo, r, conocida y constante.

H.4.- La negociación en los mercados es continua.

H.5.- La acción o título básico no paga dividendos.

H.6.- El precio de la opción call solo depende del precio del activo básico y del tiempo.

H.7.- La tasa de retorno instantánea sobre el precio del activo básico sigue un proceso de difusión con media constante **a** y varianza σ^2 instantánea constante (proceso de Wiener).

Una primera observación es que no aparece ninguna hipótesis específica sobre comportamiento del inversor. Se supone, como es habitual en economía, que el inversor prefiere más riqueza a menos y que tiene aversión al riesgo, pero no es necesario indicar nada sobre funciones de utilidad,como ocurre en otros modelos.

Aunque las cuatro primeras hipótesis son las generales y habituales en la teoría de la financiación, vamos a analizar las implicaciones que tiene el plantear los modelos financieros con la variable tiempo de tipo continuo.

La aproximación teórica tradicional establece que el valor de un activo viene dado por el valor actual de los flujos netos de caja descontados a una tasa apropiada al riesgo del activo. Si la variable tiempo es continua, el problema que subyace es la determinación de esa tasa de descuento aplicable a una corriente continua esperada de flujos de caja netos.

Pero al trabajar en tiempo continuo, se está admitiendo implícitamente toda una serie de **hipótesis adicionales** sobre estructura y funcionamiento de los mercados financieros, en este caso sobre las bolsas donde se cotizan acciones y opciones:

---

(5) Para la deducción del modelo ver, por ejemplo, Fdz. Blanco, M. y otros (1991: pág. 103 y siguientes).

H.Ad.1.- Se supone que los mercados de capital son abiertos, están siempre operando, y por lo tanto las oportunidades de negociación son continuas.

H.Ad.2.-Los inversores individuales pueden revisar instantáneamente sus carteras de activos.

Según exponen Haley y Schall (1979) en el mundo real existen distintos intervalos de tiempo relevantes que merecen un análisis explícito:

1.- **intervalo de negociación**: es el tiempo mínimo que transcurre para poder efectuar transacciones en los mercados financieros. Por ejemplo, los mercados suelen estar abiertos sólo unas horas al día, están cerrados los fines de semana, etc.

2.- **intervalo de decisiones de cartera**: aunque potencialmente pueda hacerlo de forma continua, cada individuo revisa su cartera de forma periódica. Por ejemplo: cada mes, cada semana, cada día, etc.

3.- **horizonte de planificación** de cada individuo, que en el caso más extremo coincidiría con su esperanza de vida.

4.- **intervalo de flujos de caja** de los activos, generalmente los rendimientos de los activos financieros se pagan periódicamente. Por ejemplo: dividendos anuales, intereses semestrales, etc..

En el análisis tradicional en tiempo discreto se supone que los intervalos de negociación, de decisión y de flujos de caja son iguales y constantes a lo largo del tiempo, normalmente de un año de duración. En los modelos de tiempo continuo se supone que esos intervalos son cero, o sea que todos los sucesos ocurren continuamente o al menos potencialmente pueden ocurrir continuamente.

Evidentemente ninguna de las dos posturas se ajusta exactamente a la realidad. Se puede discutir cual de ellas es más realista pero dicha discusión no parece provechosa.

Otras hipótesis adicionales que en ocasiones se incluyen explícitamente en los modelos porque corresponden a imperfecciones que se dan habitualmente en los mercados reales, son las siguientes;

H.Ad.3.-Ausencia de costes de transacción. Evidentemente la existencia de costes de transacción en el mundo real impide o dificulta la negociación continua; en modelos discretos también se hace esta hipótesis.

H.Ad.4.-Para posibilitar la negociación continua, un inversor debe poder actuar a corto, es decir en descubierto, en acciones y opciones sin ninguna restricción y sin tener que depositar márgenes de garantía.

H.Ad.4.-Mercados de capitales perfectos, que también se suponen en tiempo discreto y, de hecho, engloba a las anteriores.

Todas estas hipótesis adicionales diseñan la estructura y funcionamiento de los mercados financieros y están implícitas en las hipótesis básicas de funcionamiento continuo y perfección de dichos mercados. En la actualidad, debido a las innovaciones tecnológicas que se han producido estos últimos años, sobre todo las referentes a transmisión de flujos de información, el funcionamiento de los mercados financieros reales se ajusta bastante mejor a este modelo continuo que al tradicional modelo discreto.

Los mercados están abiertos normalmente a lo largo de muchas horas al día. Las órdenes de compra y venta se transmiten a través de ordenador en tiempo real. Los sistemas de ejecución y compensación de operaciones han mejorado notablemente acortando sensiblemente sus plazos. La información relevante del mercado se genera y está disponible en tiempo real y también se ha profesionalizado la gestión de carteras por parte de los inversores.

Realmente, el funcionamiento continuo de los mercados no conlleva un grado de abstracción demasiado elevado. El alto grado de abstracción en los modelos financieros teóricos proviene de admitir que los mercados son perfectos, aunque esto, por otra parte, es habitual en economía.

Volviendo a las hipótesis del modelo de Black y Scholes, las tres últimas hipótesis son específicas de este modelo y describen el comportamiento de los títulos. Respecto a las opciones, se exige solamente que su valor dependa sólo del precio del título básico y del tiempo que le queda para la maduración, condiciones o restricciones mínimas tal como indica la expresión [2].

Respecto a las acciones, como activo subyacente, se especifica exactamente el modelo de generación de retornos, es decir, el modelo matemático exacto que expresa la variación del precio o valor de la acción en el mercado de valores, en función de las variables relevantes.

Como señalan Merton (1973) y otros muchos autores, esta es la hipótesis básica más discutible, es decir, fijar un **modelo determinado** que describa el precio del activo básico. En el modelo de Black y Scholes, se supone que el

proceso de generación de retornos de las acciones o activo subyacente[6] puede ser descrito por un proceso de Wiener o movimiento browniano geométrico, cuya expresión es la siguiente ecuación diferencial estocástica[7]:

$$d\tilde{S}/S = a\,dt + \sigma\,d\tilde{z} \qquad [9]$$

donde $\tilde{z}$ representa un proceso de Wiener básico de media cero y varianza instantánea uno, que viene definido por la ecuación diferencial estocástica $d\tilde{z} = \xi\sqrt{dt}$.

El proceso de Wiener se apoya en $\tilde{\xi}(t)$, que es un proceso estacionario con las siguientes características:

- para todos y cada uno de los valores de t, $\tilde{\xi}(t)$ es una variable aleatoria con distribución normal N(0,1).
- para dos momentos distintos del tiempo los valores de $\tilde{\xi}(t)$ son estadísticamente independientes, cov $[\tilde{\xi}(t_i), \tilde{\xi}(t_j)] = 0$.

Por lo tanto, en cualquier momento del tiempo, $\tilde{z}$ es una variable aleatoria que tiene una distribución normal N(0,t). La incertidumbre, medida por la varianza, aumenta con el tiempo y su atributo fundamental es la propiedad de que: $d\tilde{z}^2 = dt$, con probabilidad igual a uno.

El precio de la acción sigue un proceso estocástico más complejo y general, denominado proceso de Itô, en el que media y varianza ya no son constantes, descrito por la siguiente ecuación diferencial estocástica[8]:

$$d\tilde{S} = a\,S\,dt + S\,\sigma\,d\tilde{z} \qquad [10]$$

---

(6) Otra hipótesis alternativa que conduce al mismo resultado, sería considerar que el retorno de las acciones sigue una distribución lognormal.

(7) Sobre estos procesos estocásticos, puede consultarse, por ejemplo, Hull, J. (1989).

(8) Sobre procesos de Itô, consultar por ejemplo, Rubio Irigoyen, G. (1989).

Black y Scholes basan su razonamiento para deducir el modelo en que el inversor puede mantener una posición totalmente protegida («hedged») en el título y la opción que no tenga riesgo. Como cualquier inversión neta proporciona algún rendimiento, si el riesgo es cero, lógicamente el retorno de la inversión será la tasa de interés sin riesgo del mercado.

Llegan a la siguiente ecuación diferencial[9], que no contiene términos estocásticos y que constituye el modelo de valoración de la opción call europea[10]:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} + r S \frac{\partial c}{\partial S} - \frac{\partial c}{\partial t} = r c \qquad [11]$$

Black y Scholes encontraron una solución para esta ecuación diferencial que proporciona la fórmula explícita del valor actual o precio de la opción call en función de la cotización actual del título básico, y del tiempo que falta para la expiración de la opción, que se recoge en el Cuadro 3.

Esta ecuación es el modelo de valoración de Black y Scholes, cuya virtud principal no es sólo su simplicidad, (una vez calculados d_1 y d_2, para obtener N(d), sólo hace falta consultar tablas standard), sino el que la mayor parte de las variables y parámetros de que depende c, son directamente observables en los mercados financieros.

La cotización actual de la acción y el tiempo que falta para la maduración son conocidos en cada momento t. El precio de ejercicio, E, es una característica del contrato de opción y el tipo de interés sin riesgo, r, es una característica del mercado. El único parámetro que es necesario estimar es la varianza de los rendimientos del título básico, σ^2, pero en una primera aproximación puede calcularse a partir de datos históricos.

Es interesante observar que el precio de la opción no depende de la actitud de los inversores hacia el riesgo, cosa siempre muy difícil de estimar, y que la influencia del título básico, evidentemente la variable mas importante para los

---

(9) Merton, R. C. (1973) y otros autores posteriores obtienen esta misma ecuación diferencial utilizando otro tipo de razonamientos.

(10) Dado que es bastante habitual que t represente el tiempo de vida de la opción y T - t el tiempo que falta para su expiración, la versión más general de la expresión [11] aparece con signos positivos.

activos financieros condicionales, se traduce en parámetros tan sencillos como cotización actual y varianza.

CUADRO 3
FORMULA DE BLACK Y SCHOLES DEL PRECIO DE UNA OPCION CALL EUROPEA

$$c = S\,N(d_1) - E\,e^{-rt}\,N(d_2)$$

donde:

S : precio actual de la acción,

E : precio de ejercicio de la opción,

r: tasa de interés sin riesgo del mercado,

t: tiempo que falta para la expiración de la opción

σ^2: varianza instantánea del rendimiento de la acción

N (d): función de distribución normal

$$d_1 = \frac{\ln (S/E) + (r + \sigma^2/2)\,t}{\sigma \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t}$$

Debido a la relación de paridad existente entre los precios de las opciones call y put, la fórmula de Black y Scholes también se aplica para calcular el precio de las opciones put, y basándose en argumentos de dominancia estocástica, se pueden deducir los valores o los límites de variación de las opciones de tipo americano.

Posteriormente, diversos autores adaptaron la fórmula de Black y Scholes para valorar opciones denominadas sobre otros instrumentos financieros: sobre divisas, sobre tipos de interés, etc.. También se ha adaptado para recoger otras hipótesis diferentes a las inicialmente propuestas por los autores, tales como variación estocástica de los tipos de interés, no constancia de la varianza instantánea para medir el riesgo del activo subyacente, e incluso modelos diferentes de generación de retornos.

4

LOS TITULOS QUE EMITE LA EMPRESA COMO OPCIONES

El emisor de activos financieros transmite a través de ellos flujos (resultados) y riesgos que se derivan de su actividad productiva al propietario de los mismos, por lo que su tratamiento como activos contingentes o derivados es bastante evidente.

El considerar que el valor de acciones, obligaciones y otros activos financieros más complejos que emite la empresa dependen del valor de la propia empresa, no resulta una idea innovadora,pero la aportación importante que introduce la Teoría del Precio de las Opciones, (OPT), es su consideración como combinaciones de opciones sencillas denominadas sobre el valor de la empresa. La idea ya la introducen Black y Scholes (1973) y ha sido posteriormente explotada y ampliada por diversos autores.

Sea una empresa cuyo pasivo está formado exclusivamente por acciones y bonos. Estos últimos se emiten al descuento en el momento inicial por un valor inferior al nominal, B_0, y en el momento T se amortizan por el nominal, D, no pagando intereses explícitos a lo largo de su vida. Las acciones tampoco reciben pagos de dividendos en el periodo de vigencia de la deuda.

Sea S el valor de mercado de las acciones, B el valor de mercado de los bonos y V el valor de mercado de la empresa, V=S+B. En condiciones normales, al llegar el momento T, los accionistas pagarán a los deudores la cantidad D, cumpliendo así sus compromisos. Pero, si en el momento de maduración de la deuda, el valor de mercado de la empresa es menor que el nominal que se debe pagar a los obligacionistas, los accionistas no realizarán este pago, por lo que la propiedad de la empresa pasará a los deudores.

En el momento de amortización de la deuda la posición de los accionistas es análoga a la del propietario de una opción de compra (call) sobre la propia empresa:

$$S_T = \max (0, V_T - D) \qquad [12]$$

Así pues, se puede suponer que en el momento de emisión de los bonos los accionistas venden la empresa a los obligacionistas. En ese momento, reciben como pago el precio de emisión de los bonos más una opción call europea denominada sobre la empresa. Esta opción les da derecho a comprar la empresa en el momento T de maduración de la deuda, por un precio de ejercicio igual al valor nominal de los bonos.

A lo largo de la vida de la deuda, los accionistas son simplemente propietarios de una opción de compra sobre la empresa, por lo que el valor de los recursos propios de la empresa coincide con el valor de la call.

$$S = c (V, t; D, \sigma^2, r) \qquad [13]$$

siendo,

V = valor de mercado de la empresa.

t = tiempo que falta para la expiración de la opción y que coincide con la maduración de la deuda.

D = precio de ejercicio que coincide con el valor nominal de la deuda.

σ^2 = riesgo de la empresa medido por la varianza.

r = tipo de interés sin riesgo del mercado.

Por otra parte, al cumplirse siempre que V = S+B, el valor de mercado de los bonos será,

$$B = V - c (V, t; D, \sigma^2, r) \qquad [14]$$

Estos resultados se pueden resumir en el siguiente cuadro de arbitraje:

CUADRO 4
CUADRO DE ARBITRAJE PARA ACCIONES Y BONOS

Posición de inversión	Valor actual	Valor en el momento T		Representación como opciones
		$V_T \leq D$	$V_T > D$	
Acciones	S	0	$V_T - D$	c (V, t; D)
Bonos	B	V_T	D	V – c (V, t; D)

Aplicando la formula de Black y Scholes para valorar opciones call, dada en el Cuadro 3, el valor de las acciones de la empresa vendrá dado por:

$$S = V\,N(d_1) - D\,e^{-rt}\,N(d_2) \qquad [15]$$

siendo,

$$d_1 = \frac{\ln(D/V) + (r + \sigma^2/2)\,t}{\sigma\sqrt{t}} \qquad [16]$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

asimismo, dado que V=S+B, el valor de mercado de los bonos de la empresa a lo largo de su vida, será:

$$B = V\,N(-d_1) + D\,e^{-rt}\,N(d_2) \qquad [17]$$

Muchos autores prefieren analizar la posición de los obligacionistas o propietarios de la deuda de la empresa de otra forma. Apoyándonos en la relación de paridad call-put, dada por la ecuación [7], se puede escribir en este caso:

$$c(V, t; D) - p(V, t; D) = V - D\,e^{-rt} \qquad [18]$$

de donde, introduciendo este valor en la ecuación [14], se obtiene,

$$B = V - c(V, t; D) = D\, e^{-rt} - p(V, t; D) \qquad [19]$$

Como muestra esta ecuación, el valor de la deuda es igual al valor actual del nominal de la deuda sin riesgo menos una opción de venta sobre el valor de la empresa. Esta última juega el papel de una garantía o seguro debido al riesgo que conlleva la deuda de la empresa.

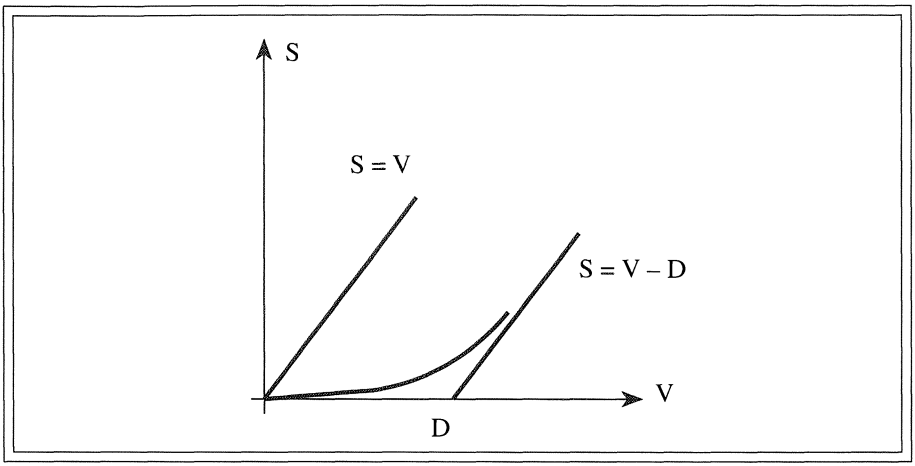
Al igual que señalamos anteriormente, la principal virtud de estas ecuaciones es que expresan clara y explícitamente todas las variables y parámetros que inciden directamente sobre el valor de acciones y bonos. Aquí no se puede decir que sólo implican datos conocidos o fácilmente medibles. Efectivamente, el nominal de la deuda y el tiempo que falta para su maduración son datos conocidos en cada momento y la tasa de interés sin riesgo es un dato básico que proporcionan los mercados financieros, pero el valor y riesgo de la empresa ya presentan más dificultades para ser medidos.

Como analizaremos en el próximo apartado el mayor problema que plantea la utilización de estas fórmulas son las incongruencias que se presentan al admitir las hipótesis básicas.

La Figura 4 representa el valor de los recursos propios, dado por las ecuaciones [15] y [16], en función del valor de la empresa como activo subyacente, así como los límites impuestos al valor teórico de las acciones de la empresa.

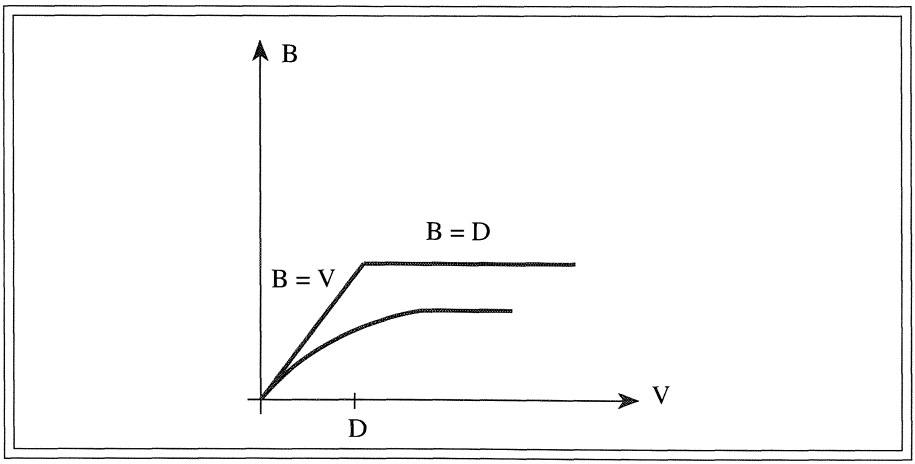
Dado que el valor de los recursos propios de la empresa coincide exactamente con el de una opción call denominada sobre el valor de la empresa, la Figura 4 coincide con la Figura 1.El valor de las acciones puede ser muy pequeño cuando el valor de la empresa es menor que el nominal de la deuda emitida (cuando la opción está «out of the money»), pero será siempre positivo. Si el valor de la empresa se mantiene superior al nominal de la deuda, el valor de los recursos propios puede ser muy alto, siendo siempre superior a la diferencia (V-D) y manteniéndose inferior al propio valor de la empresa.

FIGURA 4
VALOR DE LAS ACCIONES QUE EMITE LA EMPRESA



La Figura 5 representa el valor de la deuda de la empresa, dado por las ecuaciones [17] y [16], en función del valor de la empresa, así como los límites impuestos al valor teórico de los bonos que emite la empresa.

FIGURA 5
VALOR DE LOS BONOS QUE EMITE LA EMPRESA



El valor de la deuda viene dado por la diferencia entre la bisectriz del primer cuadrante y la curva representada en la Figura 4. El valor teórico de los bonos se mantiene siempre positivo e inferior al valor nominal, al tratarse de bonos emitidos al descuento. Cuando el valor de la empresa es inferior al nominal de los bonos, el propio valor de la empresa actúa como límite superior para valorar la deuda.

Es curioso observar la diferencia entre el comportamiento de ambas curvas. La curva representativa del valor de los recursos propios es creciente y cóncava, como comprobaremos en el Apartado 6, $dS/dV > 0$ y $d^2S/dV^2 > 0$. Por su parte, la curva representativa del valor de la deuda es también creciente pero convexa, es decir, $dB/dV < 0$ y $d^2B/dV^2 < 0$.

El significado es que si bien los títulos que emite la empresa son más valiosos cuanto mayor sea el valor de la misma, el valor de las acciones crece más que proporcionalmente mientras que el valor de la deuda crece menos que proporcionalmente. Es decir el aumento de valor de la empresa tiene un efecto amplificado sobre los recursos propios y retardado sobre la deuda. Resultado muy lógico si se tiene en cuenta que un aumento de valor va unido a un incremento del riesgo de los activos. La percepción del aumento del riesgo de la empresa tiene un efecto negativo muy claro sobre los recursos ajenos, pero no sobre los recursos propios.

Tal como indicamos en el apartado anterior, también se pueden representar las posiciones de inversión en acciones y bonos a través de la metodología de la OPT. La Figura 6 representa las ganancias y pérdidas de los accionistas de la empresa en el momento de amortización de la deuda. Se trata de una posición a largo en una opción call sencilla, pero en ella se pone de manifiesto claramente la responsabilidad limitada de los accionistas al capital que aportaron inicialmente.

La posición de inversión de los obligacionistas corresponde a una inversión combinada que se puede analizar de dos formas distintas. En las Figuras 7 y 8 se representan los beneficios y pérdidas posibles de los propietarios de los bonos en el momento de su vencimiento,según el valor de mercado que tenga la empresa.

En la Figura 7 se utiliza la ecuación [14] que indica que los propietarios de un bono tienen una posición a largo en el activo subyacente y una posición a corto en la opción call. Es decir, son propietarios de la empresa y han vendido una opción call sobre la misma.

FIGURA 6
POSICION DE INVERSION DE LOS ACCIONISTAS DE LA EMPRESA

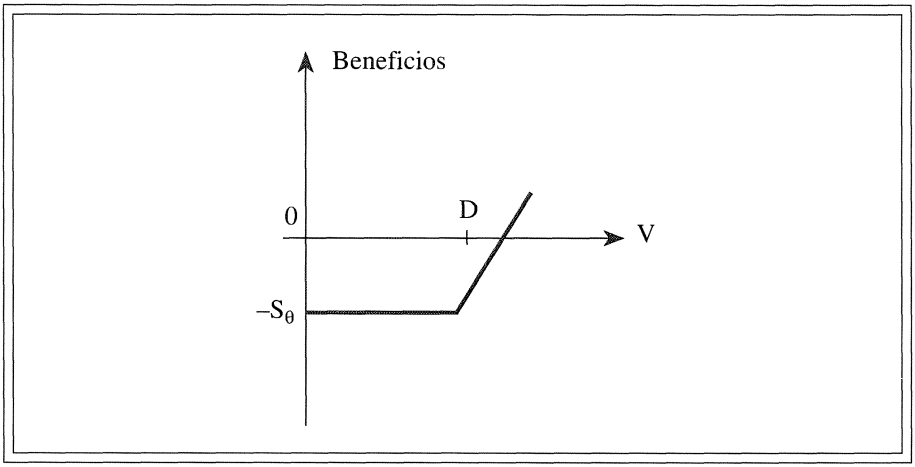
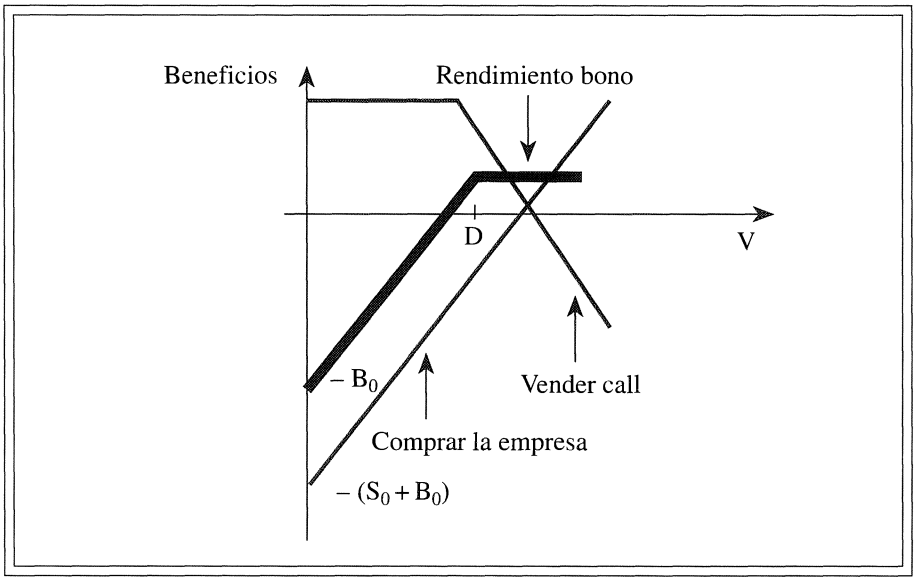
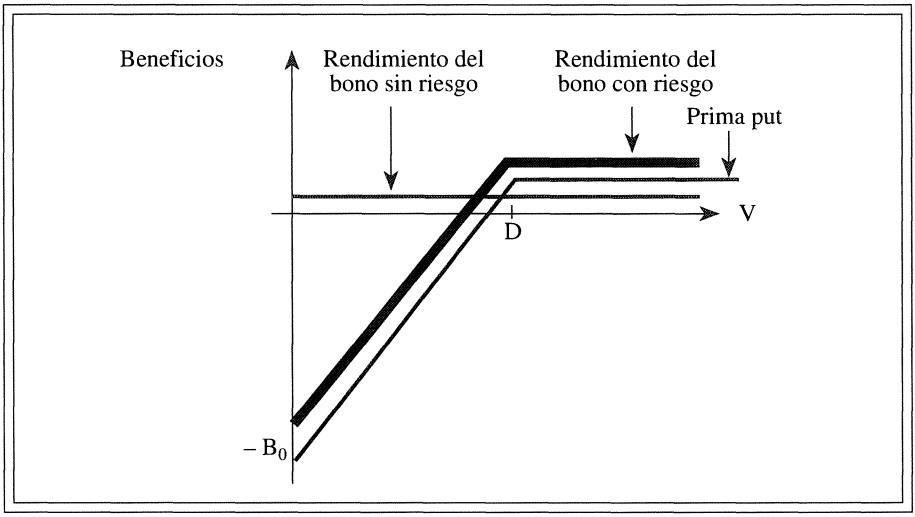


FIGURA 7
POSICION DE INVERSION DE LOS OBLIGACIONISTAS
DE LA EMPRESA (CALL)



En la Figura 8 se utiliza la ecuación [19] que asimila el bono con una posición a largo en un bono sin riesgo y una posición a corto en una opción put.

FIGURA 8
POSICION DE INVERSION DE LOS OBLIGACIONISTAS
DE LA EMPRESA (PUT)



En la Figura 7 se pone de manifiesto como los propietarios de los bonos que emite la empresa tienen garantizado el rendimiento de los mismos, siempre que a su vencimiento el valor de la empresa sea superior al valor nominal de los bonos, mientras que sufren pérdidas crecientes en el caso contrario, pudiendo llegar a perder hasta B_0, valor inicial de la deuda, que fue lo que aportaron, cuando la empresa no vale nada.

En la Figura 8 se pone de manifiesto como el rendimiento que producen los bonos que emite la empresa cuando el valor de la misma es superior al nominal, V>D,tiene dos componentes: el rendimiento de un bono de las mismas características que el emitido por la empresa, pero seguro, sin riesgo, más una prima por el riesgo del activo que coincide con el precio o prima de la opción put. Para conseguir ese mayor rendimiento, el riesgo se traduce en la posibilidad de obtener unas pérdidas cuando el valor de mercado de la empresa se hace inferior al nominal de los bonos.

5
ANALISIS DE LAS HIPOTESIS BASICAS

En este caso tan simple que estamos analizando, la analogía entre los títulos que emite la empresa y las opciones sencillas parece muy evidente. Debemos señalar el hecho importante de que esta correspondencia no depende de ningún modelo concreto de valoración de opciones. No obstante, como señalan muchos autores, la equivalencia no puede darse de forma exacta por varias razones de las que algunas se indican a continuación.

En primer lugar, la razón más importante que impide la exacta correspondencia entre los títulos que emite la empresa y las opciones sencillas está en la necesaria independencia que debe darse en el valor del activo básico o subyacente. En las opciones sencillas, el valor de la opción depende, como es lógico, del activo básico, pero éste es totalmente independiente de la opción. La existencia de activos derivados y los mercados en que se negocian, pueden incidir en el mayor o menor volumen de negociación en el mercado del activo básico, pero nunca será una variable explicativa fundamental del valor del activo subyacente.

Sin embargo, para los títulos que emite la empresa, el activo opcionado es la propia empresa, que comprende acciones y obligaciones, es decir, la propia opción.

Este es quizás el motivo que verdaderamente impide una analogía estricta entre los títulos que emite la empresa y las opciones. En la ecuación [13] la variable recursos propios, S, viene explicada por el valor de la empresa, V, que realmente no es una variable independiente estricta, por cuanto al ser V=S+B, depende a su vez de S.

Las siguientes diferencias que vamos a señalar se derivan precisamente de esta dependencia anómala del activo básico respecto de la opción[11].

Aunque nuestro análisis se restringe al caso en que el activo básico no reparte resultados durante el periodo de vida de la opción, en el caso de que los repartiera, éstos irían a parar a los propietarios del activo subyacente, incidiendo, lógicamente, en el precio o cotización de la opción.

Si la empresa reparte dividendos y/o intereses, son los propietarios de los títulos los que reciben los pagos que efectúa la empresa. Es decir, los propietarios o emisores de las opciones son los que reciben los pagos que efectúa el activo básico, mientras que en las opciones sencillas esto no ocurre nunca.

Se puede discutir sobre el liderazgo o dominancia de los distintos grupos que integran la empresa, pero en el establecimiento de objetivos y proceso de toma de decisiones nadie niega el papel que juegan los accionistas, como propietarios de la empresa. Es evidente que tienen suficiente poder para marcar directamente, o a través de restricciones operativas las políticas de inversiones, dividendos, financiación, etc. que son datos básicos que inciden o pueden incidir en el valor de la empresa.

Es decir, se da la situación paradójica de que los propietarios de una opción call, accionistas de la empresa, tienen poder para tomar decisiones que son vitales y pueden alterar el valor del activo opcionado. Esto no puede ocurrir nunca en las opciones sencillas.

Otra diferencia notable es que en la empresa, el propio acto de emisión de activos financieros determinados, que es una decisión pública, puede transmitir información relevante acerca del activo básico. Por ejemplo, el hecho de emitir obligaciones en vez de acciones, es significativo en sí mismo porque afecta al nivel de endeudamiento y puede condicionar el valor de la empresa.

En las opciones sencillas, el hecho de comprar y vender calls y puts, quien compra y quien emite, posiciones de inversión de los participantes en el mercado, etc., son decisiones privadas, normalmente anónimas que no tienen incidencia en sí mismas sobre el valor de los activos.

---

(11) Ver, por ejemplo, Cox, J. C. y Rubinstein, M (1985).

En segundo lugar, aunque no sea demasiado importante, existen diferencias respecto a los emisores e inversores potenciales de los activos financieros. Las opciones call y put sencillas, son activos financieros emitidos y comprados por individuos, mientras que acciones y obligaciones las emiten las empresas y las compran inversores individuales. De hecho,una característica importante de las opciones es,precisamente, que son de los pocos activos financieros emitidos por individuos que se negocian en mercados organizados.

Por otra parte, cuando se aplica un modelo concreto de valoración, se deben analizar las hipótesis de base y señalar algunas diferencias importantes que condicionan las conclusiones que se puedan deducir al estudiar la fórmula del valor.

Las primeras hipótesis básicas del modelo de Black y Scholes se referían a la estructura y funcionamiento de los mercados del activo subyacente y de opciones. En este caso se puede admitir la total validez para el activo derivado, pero no para el subyacente.

El equivalente a las opciones son los recursos propios de la empresa que están representados por acciones corrientes, las cuales se puede suponer que se negocian en un mercado secundario organizado de funcionamiento continuo y perfecto. Lo mismo puede decirse de la deuda de la empresa representada por bonos emitidos al descuento. Las Bolsas de Valores proporcionan mecanismos adecuados para poner precio a estos activos, lo que adicionalmente permite comprobar si el precio teórico dado por las fórmulas de valoración se ajusta a la cotización o precio de mercado real.

Lo que resulta muy difícil de admitir es la existencia de mercados de esas características para el activo subyacente que es la propia empresa. La valoración de la empresa es uno de los problemas más importantes que permanece sin encontrar una solución satisfactoria en la teoría financiera. El esquema que supone la existencia de mercados perfectos en los que se compran y venden empresas es una de las abstracciones teóricas más fuertes de entre las que se utilizan en teoría financiera, si además añadimos el funcionamiento en tiempo continuo y la posibilidad de operar en descubierto (vendiendo «a futuro» una empresa de la que no se dispone y que habrá que comprar en el mercado para entregar en su momento), las hipótesis teóricas se convierten en totalmente irreales.

El resto de las hipótesis básicas no producen problemas adicionales. La existencia de una tasa de interés sin riesgo, aunque no puede darse en los

mercados reales, es perfectamente asumible en modelos teóricos. De hecho, significa la posibilidad de prestar y pedir prestado a esa tasa sin restricciones. Esta hipótesis tiene el mismo rango de abstracción que la ausencia de costes de transacción y de impuestos, son situaciones que sólo se cumplen en un mercado perfecto. Este tipo de imperfecciones que siempre aparecen en los mercados reales, obligan a corregir algunas de las conclusiones que proporcionan los modelos teóricos, pero en ningún caso llegan a invalidar éstos.

El que los recursos propios, que en este caso son la opción, dependan del valor de la empresa y del tiempo que falta para amortizar la deuda, puede ser una hipótesis discutible, pero resulta bastante verosímil, sobre todo si se supone que la empresa se liquida en el preciso momento de amortización de la deuda.

El modelo de generación de retornos que describe el comportamiento del activo básico, presenta aquí el mismo tipo de problemas que en el caso de las opciones sencillas. El suponer que el cambio del valor de la empresa se explica por un proceso de Itô, tiene ventajas e inconvenientes. Quizás la ventaja más acusada es que la rentabilidad de la empresa está bastante bien descrita por un proceso de Wiener de media constante y varianza instantánea constante.

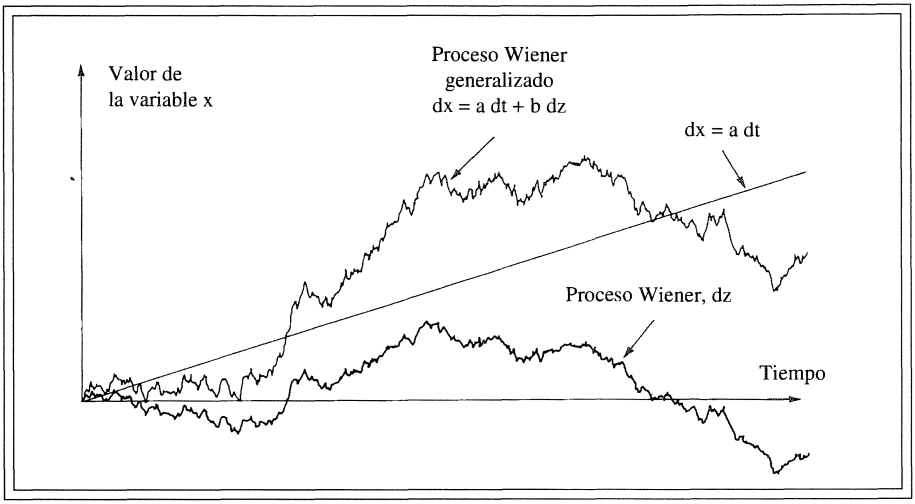
La ecuación [9], aplicada al valor de la empresa, como activo subyacente, sería:

$$d\tilde{V} / V = a\, dt + \sigma\, d\tilde{z} \qquad [20]$$

Esto significa que la rentabilidad de la empresa, dV/V, no permanece constante. La media, a, representa el rumbo o dirección en los cambios de rentabilidad, mientras que la varianza instantánea constante, σ^2, significa que la rentabilidad en cada momento tiene un riesgo o variabilidad que depende del tiempo.

En la Figura 9 se representa un proceso de Wiener generalizado, en el que la variable, dx, representa la rentabilidad de la empresa, dV/V; la media, a, representa el rumbo o dirección del proceso, y la constante b, representa la desviación típica, σ, del valor de la empresa.

FIGURA 9
PROCESO DE WIENER GENERALIZADO



Fuente: HULL, J. (1989: pág. 68); (a=0,3 y b=1,5)

Se podría pensar que las diferencias e inconvenientes que hemos señalado invalidan la correspondencia entre los títulos que emite la empresa y las opciones sencillas, así como la aplicación de los modelos de valoración de opciones, pero esto no es así. A pesar de los problemas encontrados, sigue siendo interesante la posibilidad de aplicar todo el conocimiento que aporta la Teoría del Precio de las Opciones a los títulos de la empresa.

Aunque no vamos a tratarlo aquí, la Teoría del Precio de las Opciones se puede aplicar a obligaciones convertibles, warrants, obligaciones subordinadas, con clausulas de amortización anticipada, etc. Esto es una ventaja adicional muy importante, porque proporciona una metodología uniforme para valorar todo tipo de títulos, por muy complejos y sofisticados que sean, en vez de la metodología clásica que aplica un método distinto para valorar cada tipo de activo financiero emitido por la empresa[12].

(12) Mason, S. y Merton, R. (1991).

6

LOS RATIOS CARACTERISTICOS DE LOS TITULOS

En los mercados organizados de opciones, al igual que en casi todos los mercados financieros, se usa una «jerga» específica para designar los valores que toman algunas características de los activos que se negocian. Estas son importantes porque ayudan a los inversores y especialistas en la toma de decisiones para gestionar sus carteras.

En el caso de las opciones se denominan ratios que se designan por letras griegas y miden el valor concreto que toman en cada momento las derivadas del precio de la opción respecto a las variables y parámetros que las definen y que hemos indicado en la ecuación [3].

En este apartado vamos a analizar esas características aplicadas a los títulos que emite la empresa, concretamente a las acciones consideradas como una opción call, basándonos en el modelo de Black y Scholes dado por las ecuaciones de valoración [15] y [16].

El **ratio delta** mide el cambio que se produce en el precio de la opción ante un cambio del precio del activo subyacente. Es una de las características que más se utilizan en las estrategias de inversión, se denomina también «ratio hedge» o «ratio de cobertura». Su inversa proporciona exactamente el número de opciones a corto que pueden ser protegidas por una unidad del activo básico para conseguir una cartera totalmente protegida o «sin riesgo».

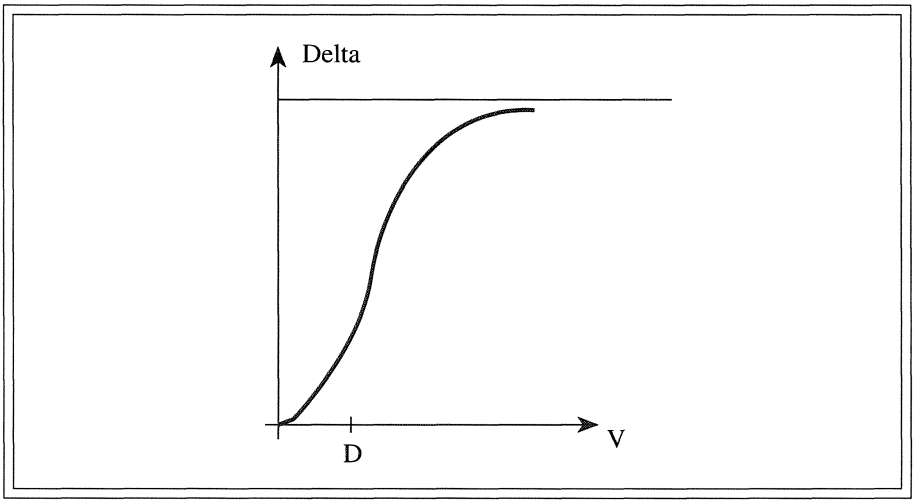
En el caso que analizamos de los recursos propios de la empresa, el ratio hedge mide la variación del valor de las acciones cuando cambia el valor de la empresa. Se calcula por la correspondiente derivada de la ecuación [15].

$$\text{Delta} = \Delta = \frac{\partial S}{\partial V} = N(d_1) \qquad [21]$$

Dado que N(d) es la función de distribución normal, el valor del ratio está siempre comprendido entre 0 y 1. Para cada valor de V, delta tiene un valor muy preciso que coincide con la pendiente de la curva que describe el valor de los recursos propios representada en la Figura 4.

La variación del ratio delta de los recursos propios en función del valor de la empresa,se refleja en la Figura 10. Cuanto mayor sea el valor de la empresa mayor será el ratio, y éste tiende a uno cuando el valor de la empresa se hace muy grande. Este ratio se utiliza para medir la sensibilidad del valor de los recursos propios ante el aumento de valor de la empresa. Ante incrementos iguales del valor de la empresa, corresponden incrementos cada vez mayores en el valor de las acciones.

FIGURA 10
VALOR DEL RATIO DELTA DE LAS ACCIONES



Dada la importancia que tiene el activo subyacente para explicar el valor de las opciones, el ratio delta es una de las características más estudiadas y analizadas. La sensibilidad del ratio delta se mide a través de otro ratio denominado gamma. En

las estrategias de inversión en opciones, el ratio gamma se usa para conocer la sensibilidad o estabilidad de los valores que toma el ratio de cobertura.

En este caso, el ratio gamma corresponde a la derivada del ratio delta respecto a V, o lo que es lo mismo, la segunda derivada del valor de las acciones respecto al valor de la empresa:

$$\text{Gamma} = \Gamma = \frac{\partial \Delta}{\partial V} = \frac{\partial^2 S}{\partial V^2} \qquad [22]$$

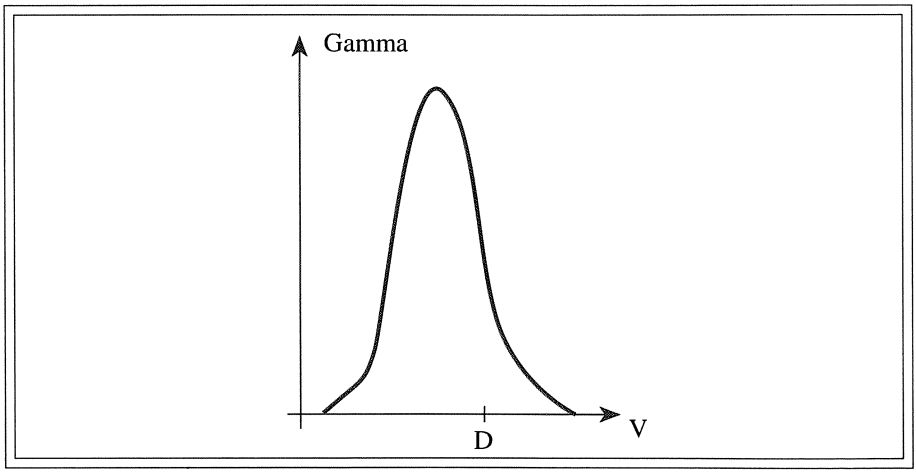
Para calcular gamma, se deriva otra vez respecto a V en la ecuación [21], obteniéndose:

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{V \sigma \sqrt{t}} = \frac{1}{V \sigma \sqrt{t}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-d_1^2/2} \qquad [23]$$

N'(d) representa la derivada de N(d), es decir, la función de densidad de una distribución normal particularizada para d.

El valor de gamma se mantiene siempre positivo, tal como corresponde al crecimiento de la función que expresa los valores del ratio delta. En la Figura 11 se representa la ecuación [23] en función del valor de la empresa.

FIGURA 11
VALOR DEL RATIO GAMMA DE LAS ACCIONES



Otro ratio característico de las opciones es el theta que mide los cambios que se producen en el precio de la opción según el tiempo que falta para la expiración de la misma. En los mercados de opciones theta mide la pérdida de valor de la opción según transcurre el tiempo.

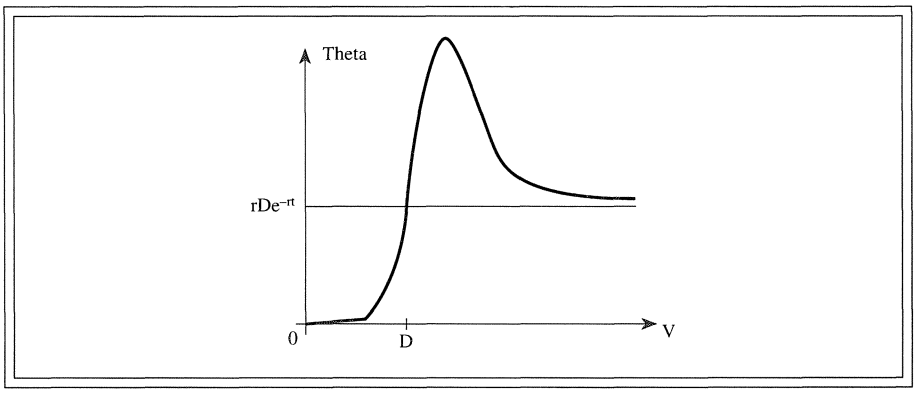
En este caso, el ratio theta mide la sensibilidad del valor de los recursos propios de la empresa ante la proximidad de la fecha de amortización de la deuda. La derivada respecto al tiempo de la ecuación [15] nos da la expresión de este ratio.

$$\text{Theta} = \theta = \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{V\, N'(d_1)}{2\sqrt{t}} + Dre^{-rt} N(d_2) \qquad [24]$$

Según se tome el origen del tiempo, el ratio será positivo o negativo. La opción es más valiosa cuanto más tiempo le falte para la expiración. Si la variable tiempo se mide desde el momento de emisión de la opción, el ratio theta será negativo, pero si se toma como tiempo que falta para la expiración, como es nuestro caso, el ratio será siempre positivo.

En la Figura 12 se representa el ratio theta en función del valor de la empresa[13]. Analizando la ecuación [24], se comprueba que se mantiene siempre positivo, y cuando el valor de la empresa se hace muy grande tiende a un límite: rDe^{-rt}.

FIGURA 12
VALOR DEL RATIO THETA DE LAS ACCIONES



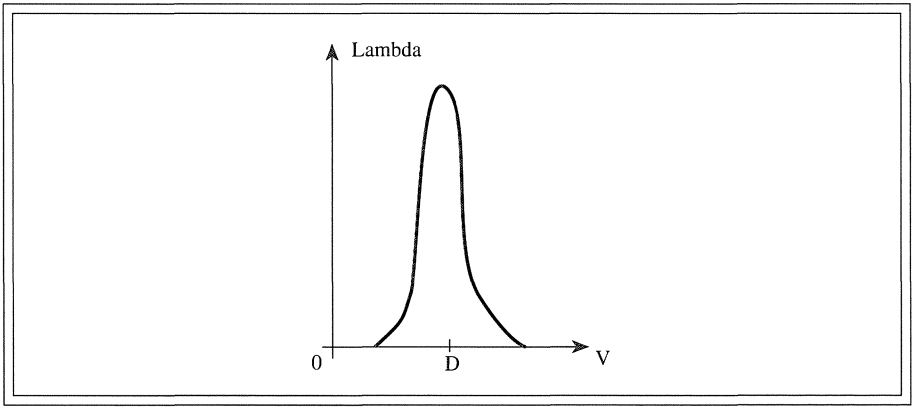
(13) Para una explicación detallada de los gráficos y ecuaciones analizados, pueden consultarse: Hull, J. (1989) y Galai, D. y Masulis, R. W. (1976).

Es curioso observar que la sensibilidad del valor de los recursos propios respecto al tiempo es muy alta cuando la empresa vale poco y se estabiliza perdiendo su capacidad de reacción cuando la empresa vale mucho. Es decir, para empresas que tienen un valor de mercado mucho mayor que el nominal de la deuda el valor teórico de mercado de las acciones no sufre cambios cuando se aproxima la fecha de amortización de la deuda.

En cambio para empresas con problemas, cuyo valor está cerca del nominal de la deuda, la fecha de maduración de la misma es una variable que incide fuertemente en el valor teórico de mercado de las acciones. Cuanto más tiempo falta para devolver la deuda, más valiosas son las acciones, como corresponde a valores siempre positivos del ratio theta, pero el tipo de crecimiento del valor de los recursos propios es muy diferente según el valor que tenga la empresa.

El **ratio Lambda**, que a veces recibe otras denominaciones como Kappa, Vega o Sigma, mide la sensibilidad del precio de la opción cuando cambia el riesgo del activo subyacente. Es sabido que las opciones call son más valiosas, a igualdad de otros factores, cuanto más volátil o arriesgado sea el activo opcionado. De hecho, no tendría sentido un contrato de opción sobre activos seguros, que no presenten cambios en los precios, y algunos mercados de opciones fracasaron precisamente por listar activos subyacentes poco volátiles y por lo tanto muy poco atractivos para los inversores potenciales en opciones, o en los que no es necesario gestionar el riesgo de las carteras precisamente por esa falta de riesgo.

FIGURA 13
VALOR DEL RATIO LAMBDA DE LAS ACCIONES



En este caso, el ratio lambda medirá las variaciones que se producen en el valor teórico de las acciones cuando cambia el riesgo total de la empresa. Su valor se obtiene derivando respecto de la desviación típica en la ecuación [15]:

$$\text{Lambda} = \Lambda = \frac{\partial S}{\partial \sigma} = V \sqrt{t}\, N'(d_1)$$

$$\Lambda = \frac{V\sqrt{t}}{\sqrt{2\pi}} e^{-d_1^2/2} \qquad [25]$$

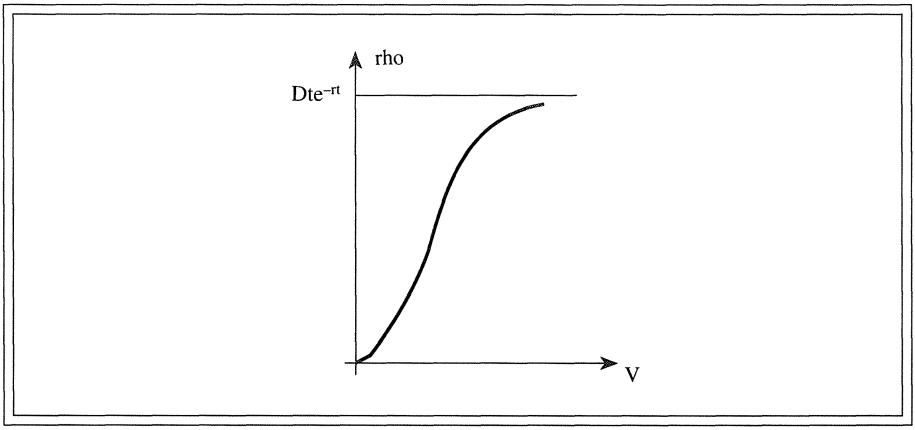
el valor de lambda se mantiene siempre positivo tal como se muestra en la Figura 13.

Un último ratio característico de las opciones que se utiliza mucho por los inversores es el **ratio rho** que mide los cambios que se producen en el precio de una opción como consecuencia de la variación del tipo de interés sin riesgo. Derivando en la ecuación [15] respecto a r se obtiene la expresión que refleja el efecto de los cambios en el tipo de interés sobre el valor de las acciones de la empresa.

$$\text{Rho} = \rho = \frac{\partial S}{\partial r} = D\, t\, e^{-rt} N(d_2) \qquad [26]$$

El valor del ratio rho se mantiene siempre positivo y tiene un limite superior cuando el valor de la empresa llega a hacerse muy grande, tal como se muestra en la Figura 14.

FIGURA 14
VALOR DEL RATIO RHO DE LAS ACCIONES



Por otra parte, existe una relación entre los ratios característicos de una opción call que se deduce de la ecuación diferencial estocástica que constituye la base del modelo de valoración. La versión de la ecuación [11] aplicada a los recursos propios de la empresa, sería:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \frac{\partial^2 S}{\partial V^2} + r V \frac{\partial S}{\partial V} - \frac{\partial S}{\partial t} = r S \qquad [27]$$

sustituyendo las derivadas por los correspondientes ratios, se obtiene:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \Gamma + r V \Delta - \theta = r S \qquad [28]$$

Aunque en las opciones no suele calcularse por no tener importancia práctica para los inversores, aquí si que tiene sentido analizar la variación del precio de la opción cuando cambia el precio de ejercicio. La derivada de la ecuación [15] respecto a D, mide los cambios que se producen en el valor de las acciones cuando cambia el nominal de la deuda emitida por la empresa:

$$\frac{\partial S}{\partial D} = - e^{-rt} N(d_2) \qquad [29]$$

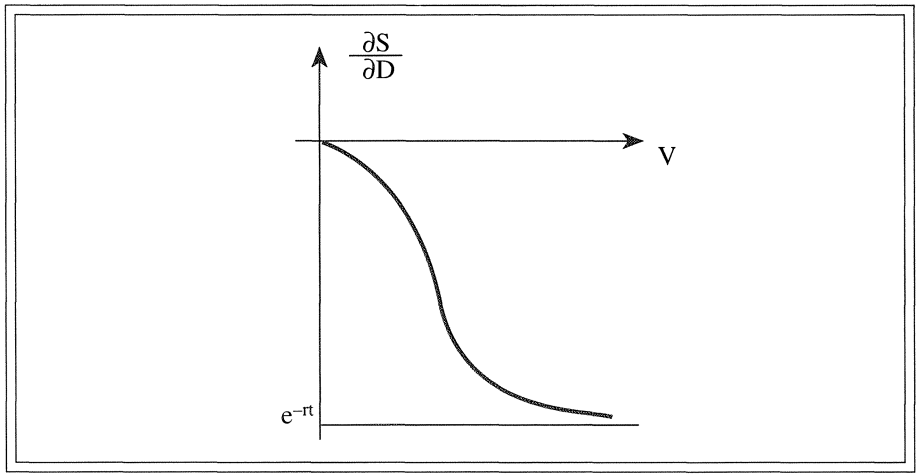
Como ya indicamos en el Apartado 2, su valor es siempre negativo, con un limite inferior tal como se muestra en la Figura 15.

Una última característica importante en la descripción de los activos derivados es la elasticidad que proporciona una forma diferente de medir la sensibilidad del precio de las opciones respecto al precio del activo subyacente. La elasticidad es un ratio que mide las variaciones en términos porcentuales. En este caso, sería el cambio porcentual que se produce en el valor de las acciones ante un cambio porcentual en el valor de la empresa.

$$\text{elasticidad}_{S/V} = \frac{dS/S}{dV/V} = \frac{dS}{dV}\frac{V}{S} \qquad [30]$$

Es muy habitual el uso de la elasticidad para medir la sensibilidad de variables económicas. En este caso concreto, tal como veremos en el próximo apartado, la elasticidad coincide con el cociente de las respectivas rentabilidades de recursos propios y empresa. Por todo ello el análisis exhaustivo de la elasticidad ha sido abordado por diversos autores desde la propuesta de Black y Scholes de representar los activos financieros que emite la empresa como opciones.

FIGURA 15
SENSIBILIDAD DEL VALOR DE LAS ACCIONES RESPECTO AL VOLUMEN DE DEUDA EMITIDA POR LA EMPRESA



Calculando la derivada de los recursos propios respecto al valor de la empresa a partir de la ecuación [15], se obtiene:

$$\text{Elasticidad}_{S/V} = \Omega_{S/V} = (V/S)\, N(d_1) \qquad [31]$$

$$\Omega_{S/V} = \frac{V\, N(d_1)}{V\, N(d_1) - De^{-rt} N(d_2)} \qquad [32]$$

para estudiar su signo, suele utilizarse una forma más agrupada, donde resulta sencillo comprobar que la elasticidad se mantiene siempre mayor que la unidad,

$$\Omega_{S/V} = \frac{1}{1 - (D/V)\, e^{-rt} [N(d_2) / N(d_1)]} \qquad [33]$$

Aunque al ser la elasticidad mayor que la unidad indica que siempre ante un aumento en porcentaje del valor de la empresa, corresponde un mayor aumento en porcentaje del valor de las acciones, este aumento va siendo cada vez menor, al ser la elasticidad una función decreciente respecto al valor de V.

Calculando la derivada de la elasticidad de las acciones respecto al valor de la empresa, se obtiene:

$$\frac{d\Omega_{S/V}}{dV} = -\frac{D}{S^2}\, e^{-rt} N(d_1)\, N(d_2) - \frac{1}{S}\, \frac{1}{\sigma\sqrt{t}} \cdot N'(d_1) \qquad [34]$$

Esta expresión se mantiene siempre negativa, lo que nos indica que la elasticidad es una función decreciente del valor de la empresa, es decir, disminuye cuando aumenta el valor de la empresa.

Se pueden calcular del mismo modo las derivadas de la elasticidad respecto a los otros parámetros que la definen obteniéndose expresiones bastante complejas de las que indicamos su signo[14]:

$$\frac{\partial \Omega_{S/V}}{\partial V} < 0,\ \frac{\partial \Omega_{S/V}}{\partial D} > 0,\ \frac{\partial \Omega_{S/V}}{\partial r} < 0,\ \frac{\partial \Omega_{S/V}}{\partial \sigma^2} < 0,\ \text{y}\ \frac{\partial \Omega_{S/V}}{\partial t} < 0 \qquad [35]$$

(14) Las expresiones concretas se pueden consultar, por ejemplo, en Galai, D. y Masulis, R. W. (1976).

La elasticidad de los recursos propios respecto al valor de la empresa aumenta cuando aumenta el volumen de deuda emitido por la empresa, pero disminuye cuando aumenta la tasa de interés sin riesgo, el riesgo de la empresa y el tiempo que falta para la amortización de la deuda.

En el caso de los bonos que emite la empresa, dado que su valor es igual a V menos el precio de una opción call, todos los ratios anteriores, excepto el ratio delta y la elasticidad, son idénticos a los calculados pero cambiados de signo. Así pues, las derivadas del valor de los bonos respecto al tiempo que falta para su maduración, al riesgo de la empresa y al tipo de interés sin riesgo son negativas, mientras que la derivada respecto al volumen de deuda emitido es positiva.

La derivada del valor de los bonos respecto al valor de la empresa se obtiene a partir de la ecuación [17]:

$$\frac{\partial B}{\partial V} = 1 - N(d_1) = N(-d_1) \qquad [36]$$

Dado que N(.) representa la función de distribución normal, su valor es siempre positivo y menor que la unidad.

La segunda derivada del valor de los bonos respecto al valor de la empresa coincide con el contrario del ratio gamma, es decir, la ecuación [23] cambiada de signo, por lo que será siempre negativa.

Calculando la elasticidad de los bonos, a partir de la correspondiente derivada de la ecuación [17], se obtiene:

$$\text{elasticidad}_{B/V} = \frac{dB/B}{dV/V} = \frac{dB}{dV}\frac{V}{B} \qquad [37]$$

$$\text{elasticidad}_{B/V} = \Omega_{B/V} = (V/B)\, N(-d_1) \qquad [38]$$

Asimismo, la análoga de la ecuación [33] para la deuda de la empresa, sería:

$$\Omega_{B/V} = \frac{1}{1 - (D/V)\, e^{-rt}\, [N(d_2)/N(-d_1)]} \qquad [39]$$

También se puede hacer un análisis del signo de las derivadas de esta elasticidad respecto a los parámetros que la definen, obteniéndose:

$$\frac{\partial \Omega_{B/V}}{\partial V} < 0,\ \frac{\partial \Omega_{B/V}}{\partial D} > 0,\ \frac{\partial \Omega_{B/V}}{\partial r} < 0,\ \frac{\partial \Omega_{B/V}}{\partial \sigma^2} \gtreqless 0,\ \text{y}\ \frac{\partial \Omega_{B/V}}{\partial t} \gtreqless 0 \qquad [40]$$

La elasticidad de la deuda respecto al valor de la empresa aumenta cuando crece el volumen de deuda emitida y disminuye cuando aumenta el valor de mercado de la empresa y el tipo de interés sin riesgo; sin embargo, no se puede decir nada respecto al comportamiento de esta elasticidad cuando cambia el riesgo de la empresa y el tiempo que falta para la amortización de la deuda, dado que las derivadas pueden tomar valores positivos, negativos e incluso anularse según los casos.

Después de haber analizado los ratios característicos de las opciones aplicados a los títulos que emite la empresa, dedicamos el último apartado de nuestro trabajo al estudio de la rentabilidad y riesgo de acciones y obligaciones, apoyándonos en el modelo de valoración de Black y Scholes.

7

RENTABILIDAD Y RIESGO DE LOS TITULOS

El análisis de los activos financieros que emite la empresa puede realizarse desde dos perspectivas diferentes, según se tome el punto de vista del emisor o el del comprador de los títulos. Para el emisor, acciones y obligaciones constituyen medios de financiación de su actividad productiva y el crearlos implica asumir una serie de obligaciones.Para el inversor,acciones y obligaciones constituyen una forma de mantener y acrecentar su riqueza y el comprar los títulos implica adquirir una serie de derechos.

Los títulos que emite la empresa, como todos los activos financieros, realizan no sólo una transferencia de fondos del emisor hacia el inversor, sino que también transmiten una parte del riesgo de la actividad productiva de la empresa. Por ello, en cualquiera de las dos perspectivas de análisis debe medirse y valorarse esta transferencia de fondos y riesgos.

Las características de **rentabilidad, riesgo y liquidez**, miden conjuntamente la calidad de los activos financieros desde el punto de vista del inversor, mientras que desde el punto de vista del emisor lo más importante es el **volumen de fondos** que le proporciona, el **plazo** o periodo del que puede disponer de ellos y el **coste** de la fuente financiera.

Dado que el rendimiento del activo para su propietario es exactamente el coste que le supone al emisor, y que este depende del riesgo que transmite, el binomio **rentabilidad-riesgo** es desde todos los puntos de vista la característica básica o fundamental de los títulos que emite la empresa.

Para valorar los resultados que produce un activo durante un cierto periodo de tiempo se pueden utilizar medidas en términos absolutos o relativos. Tanto

en el caso de los activos financieros como en la empresa en general, se suele utilizar como medida el ratio o cociente entre el incremento de valor experimentado durante el periodo y el valor al inicio del periodo. Este ratio mide los resultados en términos relativos y se denomina rentabilidad, rendimiento o retorno.

Si suponemos una empresa sencilla tal como la descrita en el Apartado 4, en que los únicos títulos emitidos son acciones corrientes y bonos cupón-cero, y dado que nos movemos en un contexto de tiempo continuo, denominaremos r_S y r_B a la rentabilidad instantánea de acciones y obligaciones, y r_V a la rentabilidad instantánea de la empresa, siendo sus expresiones:

$$\tilde{r}_S = \frac{d\tilde{S}}{S}, \qquad \tilde{r}_B = \frac{d\tilde{B}}{B} \qquad \text{y} \qquad \tilde{r}_V = \frac{d\tilde{V}}{V} \qquad [41]$$

Dadas las diferentes acepciones y significados que puede tener el riesgo en las actividades económicas y financieras, se debe indicar con precisión en cada caso, a qué tipo de riesgo nos referimos y como se mide. Por ejemplo, cuando se habla de riesgo de la empresa, se asimila el riesgo con la variabilidad de los beneficios futuros. En este caso, se suele distinguir entre dos tipos de riesgo:riesgo operativo y riesgo financiero. El primero de ellos mide la parte de la variabilidad de los resultados futuros que se deben al proceso de producción y organización de la empresa, mientras que el segundo es el originado simplemente por la mezcla concreta de fuentes financieras utilizadas.

En general, cuando el rendimiento que proporciona un activo arriesgado se expresa por una variable aleatoria, se identifica el riesgo con la variabilidad del rendimiento, midiéndose éste por la varianza o por la desviación típica correspondiente. Así, si los activos financieros se negocian en mercados organizados, la variable relevante es su precio o valor de mercado y el riesgo se refiere a la variabilidad del precio futuro. En este caso, la varianza o desviación típica del valor de mercado mide el riesgo total de los activos.

Ahora bien, cuando el mercado en que se negocian los activos financieros es un mercado eficiente, el riesgo total del activo no es la característica más significativa.El riesgo total se puede separar en dos componentes: riesgo sistemático y riesgo específico o no-sistemático.

El **riesgo sistemático** es la variabilidad producida como consecuencia del mercado en que se cotizan los activos. Es un riesgo que no se puede diversificar,que se mide a través del coeficiente beta de cada activo y que los mercados eficientes remuneran por medio de una adecuada «prima». El coeficiente beta mide la correlación existente entre el mercado y el propio activo.

El **riesgo específico** es la variabilidad producida por las características propias e individuales del activo financiero.Viene medido por la varianza residual y en los mercados financieros eficientes se puede llegar a eliminar con una diversificación adecuada de la cartera de inversión. Es por esta razón por lo que el mercado solo remunera el riesgo sistemático de los títulos o carteras.

Para estudiar los distintos tipos de riesgo y su relación con la rentabilidad de los activos se utiliza el **modelo de precios de activos financieros, CAPM**, que nos indica como en un mercado eficiente en equilibrio existe una relación lineal entre el rendimiento y riesgo sistemático de todos los activos y carteras que se negocian en él[15]:

$$\bar{r}_i = r + \beta_i (\bar{R}_M - r) \qquad [42]$$

Donde r_i, mide la rentabilidad instantánea esperada del activo i, r, es el tipo de interés sin riesgo, β_i, mide el riesgo sistemático del activo i y R_M, mide el rendimiento esperado de la cartera de mercado.

El coeficiente beta, β_i, es actualmente una de las medidas más importantes para caracterizar los activos arriesgados. Así como la desviación típica del rendimiento mide el riesgo total del activo, se usa normalmente el coeficiente beta para medir el riesgo sistemático. Como sabemos, el riesgo sistemático de un activo arriesgado viene dado por el producto del coeficiente beta por la desviación típica del rendimiento de la cartera de mercado: $\beta_i \, \sigma(R_M)$.

El valor del coeficiente beta, viene dado por:

$$\beta_i = \frac{\text{cov}\,(\tilde{r}_i \,,\, \tilde{R}_M)}{\sigma^2 (R_M)} \qquad [43]$$

---

(15) Ver la versión del modelo CAPM en tiempo continuo en Merton, R. C. (1973).

El modelo CAPM nos dice que en un mercado eficiente, en equilibrio, el rendimiento esperado o tasa de retorno de cualquier activo o cartera viene dado sumando a la tasa de interés sin riesgo del mercado una «prima» por el riesgo sistemático del activo. La remuneración del mercado por unidad de riesgo sistemático, es una característica fija de cada mercado y se denomina «precio de mercado del riesgo», que en la versión del CAPM dada por la ecuación [42] es exactamente $(R_M - r)$[16].

En los anteriores apartados hemos visto cómo se puede abordar el problema de la valoración de los títulos que emite la empresa desde la perspectiva que ofrece la Teoría del Precio de las Opciones, vamos a aplicar esa misma metodología para analizar el binomio rentabilidad-riesgo.

Así pues, para caracterizar los títulos que emite la empresa emplearemos la rentabilidad instantánea como medida de los resultados, los coeficientes beta como medida del riesgo sistemático y las desviaciones típicas del valor de mercado como medida de los riesgos totales, utilizando los subíndices S, B, y V, para referirnos a acciones, bonos y empresa respectivamente.

Dado que la relación expresada por el CAPM se cumple para todo tipo de activos arriesgados, podemos aplicarlo a las acciones,bonos y a la propia empresa, sustituyendo en la ecuación [42] el subíndice i por S, B y V respectivamente. Se obtienen así expresiones de la relación lineal existente entre la rentabilidad y el riesgo sistemático de cada uno de ellos.

$$\bar{r}_S = r + ß_S (\bar{R}_M - r) \qquad [44]$$

$$\bar{r}_B = r + ß_B (\bar{R}_M - r) \qquad [45]$$

$$\bar{r}_V = r + ß_V (\bar{R}_M - r) \qquad [46]$$

Para aplicar la metodología de la OPT al estudio de la rentabilidad-riesgo de los activos financieros que emite la empresa es necesario proceder a la integración de este modelo con el CAPM. Black y Scholes (1973) ya incluyen una deducción alternativa de su modelo basada en el CAPM. Desde entonces,

(16) Fernández Blanco, M. (1989).

son muchos los autores que han trabajado en la integración de los dos modelos para conseguir una estructura teórica muy completa que pueda aplicarse a los distintos problemas que se plantean en la teoría de la financiación[17].

La mayor parte de los autores obtienen las relaciones básicas que vamos a estudiar a continuación siguiendo los mismos pasos y razonamientos que en el modelo de Black y Scholes. Pero de la propia definición de los ratios de elasticidad dados por las ecuaciones [30] y [37], se deriva que la relación entre las rentabilidades de acciones y bonos con la rentabilidad de la empresa coincide con las elasticidades respectivas, por lo que puede escribirse:

$$\bar{r}_S = \frac{\partial S}{\partial V}\frac{V}{S}\bar{r}_V \qquad \bar{r}_B = \frac{\partial B}{\partial V}\frac{V}{B}\bar{r}_V \qquad [47]$$

Para deducir las expresiones correspondientes a los riesgos sistemáticos, es suficiente apoyarse en la fórmula explícita del propio coeficiente beta, tal como la ecuación [43], sustituyendo los valores de las rentabilidades de los títulos por las ecuaciones [47], obteniéndose para el riesgo sistemático de las acciones[18]:

$$\beta_S = \frac{\text{cov}\,(\tilde{r}_S\,,\,\tilde{R}_M)}{\sigma^2(\tilde{R}_M)} = \frac{\text{cov}\,(\Omega_{S/V}\,\tilde{r}_V\,,\,\tilde{R}_M)}{\sigma^2(\tilde{R}_M)} = \Omega_{S/V}\,\beta_V \qquad [48]$$

Haciendo este mismo cálculo para el riesgo sistemático de los bonos, se puede escribir directamente:

$$\beta_S = \frac{\partial S}{\partial V}\frac{V}{S}\beta_V; \qquad \beta_B = \frac{\partial B}{\partial V}\frac{V}{B}\beta_V \qquad [49]$$

Es decir, también se cumple que el riesgo sistemático de los títulos es igual a la elasticidad del título respecto al valor de la empresa por el riesgo sistemático de la empresa.

---

(17) Ver, por ejemplo, Galai, D y Masulis, R. W. (1976); Rubio, G. (1989); Hamada, R. (1972) y Fdz. Blanco, M. (1989).

(18) Galai, D. y Masulis, R. W. (1976: pág 58).

En el apartado anterior indicamos como puede expresarse la elasticidad directamente en función de los parámetros medibles que utiliza la Teoría del Precio de las Opciones.Sustituyendo en las ecuaciones [47] y [49] las expresiones [31] y [38] del apartado anterior, se obtiene:

$$\bar{r}_S = N(d_1)\,(V/S)\,\bar{r}_V\,, \qquad \beta_S = N(d_1)\,(V/S)\,\beta_V \qquad [50]$$

$$\bar{r}_B = N(-d_1)\,(V/B)\,\bar{r}_V\,, \qquad \beta_B = N(-d_1)\,(V/B)\,\beta_V \qquad [51]$$

Estas son las ecuaciones que permiten calcular el rendimiento y el riesgo sistemático de los títulos en función del rendimiento y el riesgo sistemático de la empresa. Si se desea hacer un análisis en el que no aparezcan explícitamente los valores de mercado de los propios títulos, sino sólo los parámetros y variables característicos de la teoría del precio de las opciones, es suficiente utilizar expresiones más adecuadas de la elasticidad.

Así, a partir de la ecuación [33], se obtiene para la rentabilidad y el riesgo sistemático de las acciones:

$$\bar{r}_S = \frac{1}{1 - (D/V)\,e^{-rt}\,[(N(d_2)\,/\,N(d_1)]}\,\bar{r}_V \qquad [52]$$

$$\beta_S = \frac{1}{1 - (D/V)\,e^{-rt}\,[(N(d_2)\,/\,N(d_1)]}\,\beta_V \qquad [53]$$

mientras que la ecuación [39] proporciona las siguientes expresiones de la rentabilidad y riesgo de la deuda:

$$\bar{r}_B = \frac{1}{1 - (D/V)\,e^{-rt}\,[(N(d_2)\,/\,N(-d_1)]}\,\bar{r}_V \qquad [54]$$

$$\beta_B = \frac{1}{1 - (D/V)\,e^{-rt}\,[N(d_2)\,/\,N(-d_1)]}\,\beta_V \qquad [55]$$

Los parámetros empleados son: valor de la empresa, valor nominal de la deuda, tiempo que falta para el vencimiento de la deuda,tasa de interés sin riesgo del mercado y riesgo total de la empresa.

Apoyándonos en el análisis del signo de las derivadas de las elasticidades respecto a las variables y parámetros que las definen,se puede deducir que siendo positiva la rentabilidad de la empresa, $r_V>0$, se cumple para la rentabilidad de las acciones:

$$\frac{\partial \bar{r}_S}{\partial V}<0;\ \frac{\partial \bar{r}_S}{\partial D}>0;\ \frac{\partial \bar{r}_S}{\partial r}<0;\ \frac{\partial \bar{r}_S}{\partial \sigma^2}<0;\ \frac{\partial \bar{r}_S}{\partial t}<0 \qquad [56]$$

De forma similar, cuando el riesgo sistemático de la empresa, medido por el coeficiente beta sea estacionario y positivo, $ß_V>0$, se cumple para el coeficiente beta de las acciones[19]:

$$\frac{\partial ß_S}{\partial V}<0;\ \frac{\partial ß_S}{\partial D}>0;\ \frac{\partial ß_S}{\partial r}<0;\ \frac{\partial ß_S}{\partial \sigma^2}<0;\ \frac{\partial ß_S}{\partial t}<0 \qquad [57]$$

Tanto la rentabilidad como el riesgo sistemático de las acciones de la empresa aumenta cuando crece el volumen de deuda que la empresa emite y disminuye cuando aumentan los otros parámetros y variables: valor de la empresa, tipo de interés sin riesgo, riesgo total de la empresa y tiempo que falta para el vencimiento de la deuda.

El mismo análisis sobre el signo de la elasticidad de los bonos proporciona los siguientes resultados para la rentabilidad y riesgo de los mismos:

$$\frac{\partial \bar{r}_B}{\partial V}<0;\ \frac{\partial \bar{r}_B}{\partial D}>0;\ \frac{\partial \bar{r}_B}{\partial r}<0;\ \frac{\partial \bar{r}_B}{\partial \sigma^2}\gtreqless 0;\ \frac{\partial \bar{r}_B}{\partial t}\gtreqless 0 \qquad [58]$$

---

(19) Ver, por ejemplo, el análisis de Galai, D. y Masulis, R. W. (1976) que aunque obtienen distintos resultados que Merton, R. C. (1974) y Hamada, R. (1972), es consistente con los mismos partiendo de supuestos mucho mas generales.

$$\frac{\partial \beta_B}{\partial V} < 0; \frac{\partial \beta_B}{\partial D} > 0; \frac{\partial \beta_B}{\partial r} < 0; \frac{\partial \beta_B}{\partial \sigma^2} \gtreqless 0; \frac{\partial \beta_B}{\partial t} \gtreqless 0 \qquad [59]$$

Tanto la rentabilidad como el riesgo de los bonos aumenta cuando crece el volumen de deuda emitida, y disminuye cuando aumenta el valor de la empresa y el tipo de interés sin riesgo. Lo más destacable del análisis es la ambigüedad del efecto que producen sobre rentabilidad y riesgo sistemático de los bonos, el tiempo que falta para el vencimiento y el riesgo total de la empresa. Como el valor del bono viene dado por la diferencia de dos activos, empresa y opción call sobre la empresa, la configuración de las variables rentabilidad-riesgo está sometida a dos influencias contradictorias y no se puede asegurar «a priori» cual de ellas prevalece en cada caso.

Aunque sólo hemos realizado el análisis del riesgo sistemático de los títulos que emite la empresa, el análisis del riesgo total coincide en todo con el primero. Galai y Masulis[20] proponen que como $\sigma^2_i = \text{cov}(r_i, r_i)$, las desviaciones típicas de acciones y bonos son igual a las elasticidades respectivas por la desviación típica del valor de la empresa. Por lo tanto se pueden sustituir los coeficientes beta en la ecuación [49] y en las deducidas posteriormente de ella, por desviaciones típicas para obtener las correspondientes relaciones explícitas del riesgo total.

Apoyándonos en las ecuaciones [47] y [49] y teniendo en cuenta que la elasticidad de las acciones es siempre mayor que la unidad mientras que la elasticidad de los bonos es siempre menor que la unidad, tal como se analizó en el apartado anterior, se demuestra que la gradación del riesgo de los activos es consistente con la regla general de que a mayor riesgo corresponde mayor rentabilidad.

$$\begin{aligned} \bar{r}_B \leq \bar{r}_V \leq \bar{r}_S \\ \beta_B \leq \beta_V \leq \beta_S \\ \sigma_B \leq \sigma \leq \sigma_S \end{aligned} \qquad [60]$$

(20) Galai, D. y Masulis, R. W. (1976: nota al pié pág. 58).

Las acciones de la empresa como activo más rentable, tienen un mayor riesgo que los activos de la firma. Los bonos, siendo también activos arriesgados, tienen un riesgo menor, lo que puede justificar un menor rendimiento.

Aunque hemos realizado el análisis de las características de los bonos en paralelo con el de las acciones, no se suele usar el ratio rentabilidad para medir los resultados de los activos financieros denominados de «renta fija». Lo más habitual es medir el rendimiento de la deuda que emite la empresa por su tasa interna de retorno, que suele denominarse «rentabilidad hasta el vencimiento» o «yield to maturity».

La **tasa interna de retorno** de un bono u obligación, es la tasa de descuento que igualaría el valor actual de todos los pagos prometidos a lo largo de su vida (intereses y principal) al precio actual de mercado del bono[21].

En el caso que estamos analizando, de un bono cupón cero que paga el nominal, D, en el momento de vencimiento T, siendo B su valor o precio de mercado, se puede expresar el rendimiento de una forma muy sencilla. Si llamamos r(T) a la tasa interna de retorno del bono, aplicando la definición de «yield to maturity», cuando le falta un cierto tiempo, t, para el vencimiento, tendremos:

$$-B + De^{-r(T)\,t} = 0, \qquad r(T) = \frac{\ln (D/B)}{t} \qquad [61]$$

Para expresar la tasa interna de retorno de un bono, en función de las variables y parámetros habituales en la OPT, se sustituye el valor de B en la ecuación anterior, por la ecuación [17], obteniéndose:

$$r(T) = -\frac{1}{t}\ \ln\left[\frac{V}{D} N(-d_1) + e^{-rt} N(d_2)\right] \qquad [62]$$

donde d_1 y d_2 corresponden a las expresiones habituales de la fórmula de Black y Scholes. La rentabilidad interna del bono depende de las variables: valor de mercado de la empresa y tiempo que falta para su amortización, y de los parámetros D, σ^2 y t.

---

(21) Fernández Blanco, M. (1991: págs. 176 y siguientes).

Las variaciones de la tasa interna de retorno ante cambios de cada parámetro y variable significativo, se estudia derivando en la expresión anterior[22]:

$$\frac{\partial r(T)}{\partial V} < 0; \frac{\partial r(T)}{\partial D} > 0; \frac{\partial r(T)}{\partial \sigma^2} > 0; \frac{\partial r(T)}{\partial r} > 0; \frac{\partial r(T)}{\partial t} \gtrless 0 \qquad [59]$$

La tasa interna aumenta cuando lo hace el volumen de deuda emitido, el riesgo de la empresa y la tasa de interés sin riesgo del mercado, y sin embargo, disminuye cuando aumenta el valor de la empresa.

El aumento en el tiempo que falta para el vencimiento del bono, tiene dos efectos de signo contrario, que no permite decir «a priori» cual va a dominar en cada caso.

Por una parte, si permanecen constantes el valor actual de la deuda y el nominal, un alejamiento del momento de vencimiento reduce la tasa interna del bono, pero reduce también el valor de la deuda y,por lo tanto, aumenta la tasa interna de retorno.

COX y RUBINSTEIN (1985) mantienen que si los pagos prometidos por el bono, (en este caso el nominal), son significativamente más bajos que el valor de la empresa, la tasa de retorno aumenta al alejarse el momento del vencimiento, mientras que si los pagos prometidos son más altos, entonces, el incremento del tiempo hace disminuir la tasa interna. Aunque el razonamiento puede ocasionar errores, algunos autores atribuyen estos efectos contradictorios al hecho de que la probabilidad de insolvencia aumenta en el primer caso y disminuye en el segundo, con el lógico efecto sobre el rendimiento.

Otra medida muy utilizada en el análisis de la deuda que emiten las empresas, es la diferencia entre la tasa interna de retorno del bono y la correspondiente a otro bono idéntico en todo al primero, pero sin probabilidad de insolvencia. COX y RUBINSTEIN (1985) la denominan **premio de insolvencia**, (default premium), y SMITH (1979) la llama **prima por el riesgo.**

En el caso simplificado que estamos analizando, de un bono cupón-cero, el rendimiento del bono sin riesgo coincidiría con la tasa de interés sin riesgo del

(22) Ver, por ejemplo, Smith, C. W. Jr. (1979: pág: 122).

mercado. La expresión de la prima por riesgo, g, que intenta medir la compensación en rendimiento que recibe el propietario del bono por el riesgo de insolvencia, sería:

$$g = r(T) - r = \frac{1}{t} \ln (D/B) + \frac{1}{t} \ln e^{-rt} = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{De^{-rt}}{B} \right) \qquad [63]$$

Sustituyendo en esta ecuación el valor de mercado de la deuda B por la ecuación [17], haciendo operaciones y agrupando términos, se puede expresar la prima por riesgo, g, por:

$$g = -\frac{1}{t} \ln \left[\frac{V}{De^{-rt}} N(-d_1) + N(d_2) \right] \qquad [64]$$

donde d_1 y d_2 tienen el significado habitual utilizado hasta ahora. Muchos autores prefieren simplificar esta expresión para poner de manifiesto la influencia del ratio de endeudamiento o «leverage», que es una variable importante en la teoría de la financiación.

$$g = -\frac{1}{t} \ln \left[(N(-z) + \frac{1}{W} N(z - \sigma\sqrt{t}) \right] \qquad [65]$$

donde,

$$W = \frac{De^{-rt}}{V}$$

$$z = \frac{\ln W}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{t} \qquad [66]$$

En esta expresión, el ratio de leverage, W, se mide por el valor actual del nominal de la deuda dividido entre el valor de la empresa, en vez de utilizar el ratio D/S que es más habitual[23].

Las variables explicativas de la prima por riesgo, g, son el ratio de leverage, W, el riesgo de la empresa, σ^2, y el tiempo que falta para el vencimiento del bono.

---

(23) Ver Cox, J. C. y Rubinstein, M. (1985): págs. 382 y 383).

Se puede comprobar que cuando las dos primeras variables aumentan, aumenta también la prima por riesgo, pero el efecto del tiempo que falta para el vencimiento, sigue siendo ambiguo, al igual que ocurría en otras ocasiones con esta característica de los bonos.

Muchos autores que han estudiado las características de los bonos apoyándose en la teoría OPT, utilizan las expresiones [65] y [66] para describir una estructura de riesgo de los tipos de interés.

8

COMENTARIOS FINALES

Partiendo de las propuestas de Black y Scholes expuestas en su original articulo de 1973 sobre valoración de opciones y tratamiento de los pasivos de la empresa como opciones call y put sencillas,se estructura un método de análisis muy sencillo y completo que permite valorar y estudiar las características de los activos financieros que emiten las empresas.

En los apartados 2 y 3 exponemos de forma resumida las lineas básicas de la Teoría del Precio de las Opciones (OPT), analizamos el valor de las opciones call y put, las posiciones de inversión elementales, la relación de paridad, así como la fórmula de Black y Scholes para valorar explícitamente opciones sencillas.

En los apartados 4 y 5 hemos visto como se puede aplicar la metodología de la Teoría del Precio de las Opciones (OPT) para valorar los títulos que emite la empresa. Por razones de sencillez expositiva, el análisis se circunscribe al caso más simple de una empresa que sólo tiene acciones corrientes y bonos cupón cero en su estructura financiera, pero como es lógico puede aplicarse a todo tipo de activos financieros, incluso los híbridos más complejos.

Aunque el análisis de las hipótesis básicas en que se fundamenta el modelo de Black y Scholes muestra la imposibilidad de que reflejen el mundo real en que desarrollan su actividad las empresas, el modelo proporciona una herramienta teórica de indudable interés, por cuanto permite comprender mejor que utilizando una metodología más tradicional muchos de los mecanismos de la actividad financiera de la empresa.

Las ecuaciones de valoración [15], [16] y [17] explican el valor de mercado de acciones y bonos en función del valor de mercado de la empresa y del tiempo que falta para la maduración de la deuda. Los otros parámetros relevantes son el tipo de interés sin riesgo del mercado, el volumen de deuda emitido , medido por el valor nominal, y el riesgo total de la empresa, medido por la varianza.

Las posiciones de inversión de accionistas y obligacionistas muestran claramente el porqué de la responsabilidad limitada sobre las pérdidas de los primeros y las ganancias limitadas, superiores a la inversión sin riesgo, de los segundos.

La mayor dificultad para la utilización práctica de estos modelos de valoración estriba en la necesidad de estimar el valor de mercado y el riesgo de la empresa. Desde el punto de vista de la consistencia del modelo teórico, los mayores problemas que presenta su aceptación generalizada consiste en la hipótesis que admite la existencia de un mercado perfecto donde se negocia el activo subyacente, que es la empresa, y en la no independencia del valor del subyacente respecto a los recursos propios, que en este caso son la opción call.

Pero más importante incluso que la aplicación directa del modelo para valorar los títulos, es la posibilidad de utilizarlo para estudiar las características de los mismos. La OPT utiliza los ratios característicos de las opciones para tomar decisiones de inversión, para gestionar adecuadamente no sólo las carteras de acciones call y put sino también carteras mixtas en las que aparezcan todo tipo de activos financieros directos o derivados.

El análisis de los ratios característicos de acciones y obligaciones consideradas como opciones sencillas denominadas sobre el valor de la empresa, permite estudiar la sensibilidad y estabilidad del valor de estos activos financieros cuando cambian alguno de los parámetros y variables que los definen, tal como indicamos en el Apartado 6.

Evidentemente, el ratio delta es el más importante, por cuanto mide la sensibilidad del valor de acciones y bonos respecto al cambio de la variable explicativa fundamental que es el valor de mercado de la empresa.

En el caso de las acciones, sus ratios delta y gamma siempre positivos explican la forma convexa desde el origen de la función que representa su valor. Sin embargo el valor de los bonos se representará por una función cóncava al tener positivo el ratio delta y negativo el valor del ratio gamma.

Los ratios delta de acciones y obligaciones están siempre comprendidos entre cero y uno, siendo ambos complementarios en el sentido de que suman la unidad. Esto explica que tanto las acciones como los bonos son más valiosas cuanto mayor sea el valor de la empresa, pero si bien los bonos recogen la mayor parte del valor de la empresa cuando este es muy pequeño, son las acciones las que recogen directamente el aumento de valor de la empresa cuando éste es más alto, y supera al nominal de la deuda.

Los otros ratios característicos de las opciones explican el cómo y el porqué de la influencia sobre el valor de acciones y bonos del resto de las variables y parámetros.

Aunque sólo hemos aplicado la OPT para analizar el caso más sencillo de los recursos propios y bonos cupón cero, el método se utiliza para todo tipo de pasivos de la empresa y es particularmente útil para comprender los activos financieros más complejos como las convertibles, los warrants y los bonos con cláusulas de protección de todo tipo.

Por otra parte, la integración de los modelos OPT y CAPM proporciona modelos consistentes para el estudio y análisis de la rentabilidad y riesgo de los títulos. Aunque no se explica con detalle el proceso de integración, los resultados que se pueden conseguir se muestran en el apartado 7 de forma resumida.

Así, se pueden obtener ecuaciones explícitas que expresan la rentabilidad y el riesgo de acciones y bonos en función de la rentabilidad y riesgo de la empresa como activo subyacente. Las variables y parámetros de que dependen son en ambos casos: el valor de la empresa,el volumen de deuda emitido,el tipo de interés sin riesgo,el riesgo total de la empresa y el tiempo que falta para la amortización de la deuda.

El estudio de dichas expresiones permite comprender no sólo la gradación de rentabilidades y riesgos sino también el porqué se produce ésta.

Aunque nuestro análisis se limita a exponer las ecuaciones explícitas del rendimiento y riesgo de los títulos, el método se utiliza para estudiar los problemas relativos al coste de capital y estructura financiera de la empresa, tanto en el caso sencillo en que no se incluyen los impuestos como en el caso general en que se tiene en cuenta explícitamente el efecto conjunto de costes de insolvencia e impuestos.

A través de este resumen sobre la utilización de la Teoría del Precio de las Opciones para la valoración y análisis de las acciones y bonos que emite una empresa sencilla, esperamos haber puesto de manifiesto la potencialidad de esta metodología en el ámbito de la gestión financiera de la empresa. Aunque faltan por resolver muchos problemas tanto teóricos como de aplicación práctica antes de poder considerarlo como un método de estudio general y aplicable, no cabe duda de que presenta un enorme atractivo para los investigadores y estudiosos de las finanzas empresariales, lo que explica los esfuerzos de investigación que se dedican a su estudio y puesta a punto para resolver problemas de este área.

BIBLIOGRAFIA

ALTMAN, E. I. (edit.) (1986): «Handbook of Corporate Finance». Jonh Wiley and Sons. New York.

ALTMAN, E. I. y SUBRAHMANYAM, M. G. (1985): «Recent Advances in Corporate Finance» , R.D. Irwin. Homewood. Illinois.

BLACK, F. y SCHOLES, M. (1973): «The Pricing of Options and Corporate Liabilities», Journal of Finance, Vol. 81 (págs. 637-659). Traducido en Cuadernos Económicos del ICE, Nº 32, 1986/1, (págs. 33-50).

BREALEY, R. y MYERS, S. (1988): «Fundamentos de Financiación Empresarial». McGraw Hill. Madrid.

COPELAND, T. E. y WESTON, J. F. (1988): «Financial Theory and Corporate Policy». Addison-Wesley. Massachusetts.

COURTADON, G. y MERRICK, J. J. (1983): «The Option Pricing Model and the Valuation of Corporate Securities» MCFJ . Vol 1, fall (págs. 43-57).

COX, J. C. y RUBINSTEIN, M. (1985): «Options Markets». Prentice Hall. New Jersey.

DUFFIE, D. (1988): «An extension of the Black-Scholes Model of Security Valuation». JET. Vol 46, 1, Octubre (págs. 194-204).

FERNANDEZ, P. (1991): «Opciones y Valoración de Instrumentos Financieros». Ediciones Deusto. Bilbao.

FERNANDEZ BLANCO, M. (1986): «Opciones sobre Valores Mobiliarios: Activos, Mercados y Valoración». Hacienda Publica Española. Nº. 101 (págs. 199-218).

— (1989): «El Precio de las Opciones y la Teoria Financiera». Revista Española de Financiación y Contabilidad. Vol XVIII, Nº. 60, Julio-Septiembre (págs. 733-770).

— y otros (1991): «Opciones: Activos, Mercados y Valoración». Ed. Instituto Español de Analistas de Inversiones. Madrid.

FITZGERALD, M. D. (1987): «Financial Options». Euromoney Publications. Londres.
GALAI, D. y MASULIS. R. W. (1976): «The Option Pricing Model and the Risk Factor of Stock». Journal of Financial Economics, 3 (págs. 53-81).
GASTINEAU, G. L.. (1988): «The Options Manual». McGraw Hill. 3ª edición. New York.
HALEY, C. y SCHALL, L. (1979): «The Theory of Financial Decisions». McGraw-Hill. New York.
HAMADA, R. (1972): «The effects of the firm's capital structure on the systematic risk of common stocks» Journal of Finance. (págs. 435-452)
HSIA, C.C. (1981): «Coherence of the Modern Theories of Finance». Financial Review. Winter (págs. 27-42).
HULL, J. (1989): «Options, Futures, and other Derivative Securities». Prentice-Hall. Englewwod Cliffs, New Jersey.
JARROW, R. A. y RUDD, A. T. (1983): «Option Pricing». Irwin. Homewood. Illinois.
MASON, S. P. y MERTON, R. C. (1985): «The Role of Contingent Claims Analysis in Corporate Finance» en ALTMAN, E.I.(edit): «Recent Advances in Corporate Finance». Irwin. Homewood. Illinois (págs 7-54). Traducido en Analisis Financiero, Nº. 54, Segundo Trimestre 1991.
MERTON, R. C. (1973): «Theory of Rational Option Pricing». Bell Journal of Economics and Management Science, 4, traducido en Cuadernos Económicos del ICE, Nº 32, 1986/1 (págs. 51-97).
— (1973): «An Intertemporal Capital Asset Pricing Model». Econometrica, 41, (págs. 867-888).
— (1974): «On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates». Journal of Finance. Vol. 29, Mayo (págs. 449-470).
PAPELES DE ECONOMIA ESPAÑOLA (1990). Suplementos sobre el Sistema Financiero, Nº. 29. Varios autores.
RUBIO IRIGOYEN, G. (1989): «Una introducción a los Procesos de Itô». Revista Española de Financiación y Contabilidad. Vol. XVIII, Nº 60, Julio-Sept. (págs. 701-731).
RUIZ, F. (1986): «Aplicaciones de la Teoria de Valoración de Opciones a las Finanzas de Empresa». Cuadernos Económicos del ICE. Nº 32, 1986/1 (págs. 7-31).
SMITH, C. W. JR. (1979): «Applications of Option Pricing Analysis» en BICKSLER, J.L. (edit.): Handbook of Financial Economics, traducido en Cuadernos Economicos del ICE, Nº 32, 1986/1 (págs. 109-152).

SOLDEVILLA, E. (1989): «Las Opciones Bursátiles». Revista Situación. Nº 2 (págs. 5-73).

VALERO, F. J. (1988): «Opciones en instrumentos Financieros». Ed. Ariel. Barcelona.

WEINSTEIN, M. I. (1983): «Bond Systematic Risk and the Option Pricing Model». Journal of Finance. Vol 38, 5, Diciembre (págs. 1415-1429).

DISCURSO DE CONTESTACIÓN POR EL ACADÉMICO DE NÚMERO

EXCMO. SR. DR. D. JAIME GIL ALUJA

EXCELENTISIMO SEÑOR PRESIDENTE,
EXCELENTISIMOS SEÑORES ACADEMICOS,
EXCELENTISIMOS E ILUSTRISIMOS SEÑORES,
SEÑORAS Y SEÑORES:

Nuestra Real Corporación se reúne hoy para celebrar un acto importante en la vida académica: la incorporación de un nuevo miembro, que va a unirse a cuantos formamos parte de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras. A la satisfacción que siempre produce este acontecimiento, se une, en esta ocasión, el hecho de que por vez primera es una mujer quien accede a una plaza de académico.

Por encargo de nuestro presidente, el Excmo. Dr. D. Mario Pifarré Riera, he sido investido del honor de dar la bienvenida al recipiendario y dar contestación a su discurso.

No resulta fácil resumir en unos pocos trazos la figura singular de la profesora Dña. Matilde Fernández Blanco, cuyos méritos docentes e investigadores han concitado en torno a ella inequívocas muestras de reconocimiento y respeto por parte de la comunidad científica española.

Nace en Mieres (Oviedo) e inicia en Asturias sus primeros estudios, hasta que se traslada a Madrid para incorporarse a las aulas universitarias de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos y a las de la Facultad de Ciencias

Económicas y Empresariales de la Universidad Complutense, en donde obtiene sucesivamente los títulos de Ingeniero Agrónomo en 1969 y Licenciada en Ciencias Económicas en 1971. Dos años más tarde culmina sus estudios con la defensa de su Tesis Doctoral, en cuyo acto obtiene la calificación máxima de Sobresaliente «Cum Laude».

Se incorpora de inmediato a la actividad docente, simultaneando sus enseñanzas en la Universidad Politécnica y en la Universidad Complutense, ambas de Madrid, desde 1970 hasta 1975; posteriormente, y coincidiendo con el inicio del curso 1975-76, se traslada a Valencia, en donde ejerce la cátedra interina de Economía de la Empresa en aquella Universidad. Desde entonces se dedica exclusivamente a la docencia e investigación en el ámbito de la gestión de manera ininterrumpida. Obtiene brillantemente mediante oposición la plaza de profesora Adjunta primero y las de profesora Agregada y Catedrática después. En la actualidad está profesando en la misma Universidad valenciana al frente de un prestigioso equipo de investigadores.

Ahora bien, el ámbito en el que la Dra. Fernández Blanco ha realizado su actividad y completado su formación no se limita a la Universidad española. Con objeto de realizar investigaciones sobre técnicas de programación en las explotaciones agrícolas, se incorpora en 1973 al Institut National de la Recherche Agronomique de París. Más recientemente, en 1989, se desplaza a EEUU al Department of Finance, Insurance and Real Estate de la Universidad de Florida.

Como fruto de su dedicación a la actividad investigadora, la profesora Matilde Fernández Blanco ha impartido numerosos cursos especiales de Postgrado y Doctorado, dictado conferencias, dirigido importantes tesis y tesinas y publicado un gran número de trabajos de investigación, artículos científicos y libros. Realizar una descripción pormenorizada de todo ello resultaría tarea ardua y laboriosa, por lo que citaremos solamente algunas de sus investigaciones como muestra de su infatigable tarea. Así, en 1975 publica en la Revista de Economía Política su trabajo «La agregación en los Modelos de Programación Lineal Multiperiódica»; en 1977 aparece en la Revista Española de Economía el articulo «Aleatoriedad en las Funciones de Rendimiento»: en 1986 publica en la Revista de Hacienda Pública Española un interesante trabajo, «Opciones sobre Valores Moviliarios: Activos, Mercados y Valoración».

Atención especial merece la serie de trabajos realizados entre 1989 hasta 1991, en los que realiza una importante labor de clarificación del panorama

bursátil, en unos momentos en que los mercados de valores toman un nuevo rumbo como elemento central de las transacciones financieras.

Para completar este breve resumen, cabría poner de manifiesto la participación de la profesora Fernández Blanco en múltiples Congresos, Seminarios y Jornadas Científicas, en los que siempre ha intervenido de manera sagaz y certera para abrir caminos, aclarar dudas y plantear problemas que han permitido avanzar en el difícil camino de conformar el contenido y límites del mosaico deforme de una Ciencia tan compleja como es la Economía de la Empresa.

En efecto, nadie duda que durante los últimos años se ha producido en los principales paises desarrollados un intenso proceso de innovación financiera que ha dado lugar a cambios estructurales y funcionales en sus mercados financieros. Aunque en cada país el proceso innovador presenta características propias y obedece a causas diferenciadas, existen, según la opinión de la profesora Fernández Blanco, unos factores comunes que han determinado dicho proceso, entre los que cabe citar el alza y variabilidad de tasas de interés y de inflación, las nuevas tecnologías, el aumento de las necesidades de financiación del Sector Público y la flotación de los tipos de cambio.

Aunque entre los resultados más importantes de este proceso innovador se cite a menudo la enorme cantidad de nuevos productos y servicios financieros que han surgido en los últimos quince años, no hay que olvidar los cambios producidos en las instituciones financieras: se ha ampliado la base de participantes en los mercados, se han abierto nuevos segmentos en los mercados financieros, y los inversores (empresas y particulares) realizan con más eficacia la gestión de sus carteras y tesorería[1].

El hecho de que no existan mercados para numerosos instrumentos financieros y el imperfecto funcionamiento de los existentes para otros muchos instrumentos, motiva una demanda insatisfecha de servicios financieros. Es por ello que, según Levichm[2], el mercado se halla dispuesto a pagar un precio por aquellas innovaciones financieras que sean susceptibles de reducir los costes de

---

(1) Fernández Blanco, M. : «La Tributación de los activos financieros. Aproximaciones al comportamiento del mercado financiero español». En el libro «Los Economistas y el sistema fiscal». Consejo General de Colegios de Economistas de España. Madrid. 1985 (págs. 223-236).

(2) Levichm, R. M.: Financial innovations in international financial markets. National Bureau of Economics Research. WP 2277 (1987).

transacción de las operaciones, así como aquellas que consigan una mejor dispersión del riesgo al permitir operaciones no realizables con anterioridad.

En este contexto aparecen con éxito los «nuevos activos financieros», concretamente las opciones y futuros que constituyen una de las innovaciones más importantes de los mercados financieros.

España no se ha mantenido al margen de este proceso innovador, y aunque con el tradicional retraso respecto a otros paises europeos, el mercado financiero español ha experimentado cambios sustanciales que se han acelerado de forma notable en los últimos años: se puede hablar así con toda propiedad de innovación del mercado financiero español. La aparición de nuevos productos, servicios e instituciones, la apertura a nuevos inversores e intermediarios de mercados tradicionalmente cerrados y la mayor profesionalidad y especialización de los participantes, configuran un sistema más moderno y en cierta medida más complejo que el existente hasta hace muy pocos años.

En la actualidad, el mercado financiero español no permite una comparación, en términos de igualdad, con los correspondientes a los paises más desarrollados. La inminente integración de los mercados financieros locales a nivel global en la Comunidad Económica Europea, sigue siendo uno de los retos más importantes de nuestro sector financiero, que debe seguir mostrando su capacidad de adaptación y respuesta a las condiciones del nuevo entorno.

Los mercados de opciones y futuros españoles se hallan, en estos momentos, en un proceso de integración cuya solución se producirá en breve plazo. En Madrid se negociarán opciones y futuros basados en instrumentos de renta variable, posiblemente índices bursátiles, acciones corrientes cotizadas en el Mercado Continuo, y divisas, mientras que en Barcelona se negociarán opciones y futuros sobre tipos de interés, con posibilidad de que los subyacentes sean bonos nocionales a medio y largo plazo, y algún instrumento del mercado monetario como el Mibor 90.

No hay duda alguna de que los mercados de opciones tienen una especial importancia en un sistema financiero, por su faceta de proporcionar instrumentos financieros que permiten una adecuada gestión del riesgo de las carteras y de la tesorería de inversores institucionales e individuales. Pero tampoco ofrece ninguna duda el interés que adquiere otra vertiente de las opciones: su aplicación al área de financiación de las empresas. Es en este sentido que va dirigido el discurso de la Dra. Fernández Blanco.

Se trata de un aspecto que constituye un «valor añadido», un «regalo inicialmente inesperado» de los estudios sobre opciones. Se han realizado no pocos esfuerzos de investigación dirigidos a obtener una teoría general aplicable a los activos derivados o contingentes. Tanto en el ámbito económico general como en la gestión financiera, se encuentran muchos casos de activos, tanto financieros como reales, en los que su valor queda totalmente explicado por el valor de otro activo básico o subyacente.

Valoración de proyectos y decisiones de inversión a corto y a largo plazo, selección de fuentes financieras y decisiones de financiación, nivel de autofinanciación y dividendos, estructura, coste de capital y valoración de la empresa son, entre otros, problemas importantes de la gestión financiera, para cuyo tratamiento se utilizan diferentes métodos y modelos. La consecución de una metodología eficaz, precisa y uniforme aplicable a la resolución de los problemas que se presentan en las distintas áreas, constituiría un importante hito de la investigación en el campo financiero.

En el trabajo que la Dra. Fernández Blanco nos presenta, se ofrece una buena muestra de la capacidad que tienen los modelos de valoración de opciones para mostrar de forma coherente las relaciones que se establecen entre los títulos que emite la empresa y una serie de parámetros y variables explicativos de su valor.

En la primera parte de su discurso resume, con gran sentido pedagógico, los aspectos más destacados de las opciones. Para una perfecta comprensión de estos activos financieros, no basta con definirlos y estudiar los elementos de los cuales dependen, sino que es necesario analizar las posiciones de inversión, es decir, los resultados que se obtienen de la compra y venta de las opciones. En este sentido la autora dirige su trabajo, en el que presenta los resultados obtenidos mediante cuadros y gráficos que los hacen fácilmente asimilables. Se hace una especial referencia a la relación teórica que existe entre los precios o primas de las opciones call y put, denominada «relación de paridad», que justifica que los estudios sobre valoración de opciones se circunscriban normalmente a las opciones call.

La valoración de las opciones, con especial mención del modelo de Black y Scholes que representa uno de los «éxitos» más fulgurantes y completos de la investigación financiera, es otro de los aspectos que la recipiendaria estudia con especial acierto. El tratamiento en tiempo continuo para valorar una opción call europea, cuyo activo subyacente son acciones corrientes de una empresa que no

distribuye dividendos durante la vida de la opción, ha dado lugar a una utilización práctica en todos los mercados de opciones por inversores e instituciones, a la vez que ha servido de base a innumerables estudios financieros.

Se aborda, posteriormente, el enfoque de los títulos que emite la empresa como opciones, que abre interesantes perspectivas analíticas, ya que se consigue disponer de ecuaciones explícitas que permiten valorar acciones y bonos. En ellas se pone de manifiesto que las variables que explican su valor son: el valor de mercado de la empresa y el tiempo que falta para la amortización de la deuda. Asimismo aparecen los otros factores que inciden directamente sobre el valor de los títulos: el volumen emitido de deuda, el tipo de interés sin riesgo del mercado y el riesgo total de la empresa. La analogía con la teoría de las opciones permite, a su vez, un estudio analítico y gráfico de las posiciones de inversión de accionistas y obligacionistas.

La profesora Fernández Blanco realiza también un profundo análisis sobre las posibilidades de que se cumplan todas las hipótesis básicas de los modelos de valoración de opciones, cuando se aplican al ámbito de la empresa. Este es, evidentemente, el mayor problema que presenta la posible utilización generalizada de estos métodos, ya que existen muy pocas posibilidades de poder admitir la existencia de las hipótesis necesarias relativas al activo subyacente. Aunque los economistas estamos acostumbrados a utilizar la «utopía» del mercado perfecto como simplificación de la realidad objeto de estudio, en este caso resulta falta de realismo.

Pero aún así, la recipiendaria sostiene con firmeza que aunque se admitan los problemas de inconsistencia debidos al incumplimiento de las hipótesis de base, la adaptación de la fórmula de Black y Scholes proporciona un modelo sencillo, explícito y claro para valorar los activos financieros que emite la empresa.

Se estudia luego la sensibilidad y estabilidad de la fórmula de valoración obtenida para acciones y bonos. Aunque los ratios característicos de las opciones han sido objeto de estudio por parte de diversos autores, la Dra. Fernández Blanco muestra de forma analítica y gráfica las implicaciones del análisis cuando es aplicado a estos títulos que emite la empresa. Cada uno de los ratios muestra cómo cambia el valor de acciones y obligaciones cuando varía el valor de la empresa, el volumen de deuda emitida por la empresa, el tiempo que falta para que ésta sea amortizada, el riesgo de la empresa y el tipo de interés sin riesgo del mercado.

Merece especial relieve, dentro de este estudio, el empleo del concepto de elasticidad; el análisis del binomio rentabilidad-riesgo de los títulos se apoya en este concepto, así como en la Teoría del Precio de las Opciones y en el Modelo de Precios de Equilibrio de Activos Financieros, conocido con las siglas CAPM. Y ello es así dado que si los títulos que emite la empresa son negociados en un mercado financiero eficiente, sólo debe ser remunerado el «riesgo sistemático», ya que el «riesgo específico» puede ser eliminado por el inversor gestionando adecuadamente su cartera.

Con la agregación de los dos modelos, se consigue expresar la rentabilidad, el riesgo sistemático, medido por el coeficiente beta y el riesgo total, medido por la desviación típica de cada uno de los títulos, en función de estas mismas características correspondientes a la empresa. En las ecuaciones explícitas obtenidas surgen como factores explicativos, a través del concepto de elasticidad: el valor de la empresa, el volumen de la deuda, el tiempo que falta para su amortización, el tipo de interés y el riesgo de la empresa.

Del análisis de estas ecuaciones, la autora de este trabajo deduce los distintos niveles de riesgo que transmiten acciones y obligaciones, con respecto al que asume la empresa y la diferencia de rendimientos o rentabilidad que obtienen los inversores.

Las reflexiones a que nos somete el estudio presentado por la Dra. Dña. Matilde Fernández Blanco ponen de manifiesto, una vez más, el alto grado que han alcanzado en la actualidad las investigaciones relativas al campo financiero de las empresas. Constituye, pues, un orgullo para cuantos formamos parte de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras poder contar entre nosotros a personas, como la recipiendaria, que con su abnegado esfuerzo y fecunda labor, levantando día a día un peldaño más en el proceso de construcción científica, permiten que los estudios financieros hayan alcanzado un nivel de consolidación tal que constituyan la base firme y segura sobre la que se va a sustentar la gestión de las empresas del siglo XXI.

Barcelona, febrero de 1992