PUBLICACIONES DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS
ECONÓMICAS Y FINANCIERAS DE BARCELONA

SOBRE EL ANÁLISIS FINANCIERO DE LA INVERSIÓN

DISCURSO DE INGRESO DEL ACADÉMICO DE NÚMERO, ELECTO

EXCMO. SR. DR. ALFONSO RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ

en el acto de su recepción, en 27 de febrero de 1978, y

DISCURSO DE CONTESTACIÓN POR EL ACADÉMICO DE NÚMERO

ILMO. SR. DR. JOSÉ MANUEL DE LA TORRE Y MIGUEL

BARCELONA
1978

La Academia no se hace responsable de las opiniones expuestas en sus propias publicaciones.

(Art. 39 del Reglamento)

DEPÓSITO LEGAL, B. 5.288 - 1978

Imprenta Clarasó, S. A. - Villarroel, 15. - Barcelona - 11

EXCELENTÍSIMO SEÑOR PRESIDENTE:
EXCELENTÍSIMOS E ILUSTRÍSIMOS SEÑORES:
ILUSTRÍSIMOS SEÑORES ACADÉMICOS:
SEÑORAS Y SEÑORES:

Emocionado, pero también preocupado, me encuentro hoy ante ustedes en el solemne acto por el cual la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras recibe a sus miembros electos. Emocionado porque tal solemnidad a la que tantas veces asistí, representando a la Universidad de Barcelona unas, o como invitado de la Academia otras, hoy es dedicada a mi propia persona, cuyo modesto bagaje de méritos tan generosamente ha sido compensado con la benevolencia de los ilustres miembros de esta Real Academia que me acepta en su seno. Preocupado y confundido porque la magnitud de la distinción que recibo es pareja a la del compromiso que adquiero, obligándome a un elevado nivel de rendimiento intelectual que es habitual en la Academia pero que, con notoria dificultad, debo colaborar a mantener a partir de este momento mismo. Suplan la voluntad y la ilusión con las que me incorporo tantas otras limitaciones personales mías.

Una razón más se suma para que este relevante acto adquiera para mí una singular emotividad. El sillón corporativo número tres, que por vuestra condescendencia hoy me es dado ocupar, perteneció al excepcional académico Ilmo. Sr. D. Santiago Marimón Aguilera. Ocioso sería por mi parte haceros referencia de sus extraordinarias cualidades científicas, profesionales y humanas, que tan bien o mejor que yo conocéis, así como su cariño y dedicación a esta corporación cuya vicepresidencia ejerció tantos años. Yo conocí a Santiago Marimón antes de mi incorporación a la Universidad de Barcelona, en Castellón de la Plana, y puedo aseguraros que cuantas veces nos veíamos su preocupación y afecto por la Academia surgía siempre como tema permanente en sus conversaciones. Repetidas veces me manifestó su deseo de incorporarme y hoy supone un legítimo orgullo para mí ocupar el sillón que tan ilustre académico y excelente amigo, tristemente, dejó vacante.

No quiero iniciar mi discurso de recepción sin antes manifestar mi profundo agradecimiento a los señores académicos que propusieron mi incorporación y a todos los restantes que revalidaron tal propuesta, aceptando mi colaboración a su lado en el seno de tan prestigiosa Corporación.

1. Interpretación financiera de la inversión

El tema elegido para el discurso de ingreso en esta Real Corporación versa "Sobre el Análisis Financiero de la Inversión". Es conveniente iniciarlo delimitando el alcance del término *análisis financiero,* ya que todos sabemos que el calificativo financiero, por su riqueza de contenido, resulta muchas veces ambiguo, incluso dentro de las ciencias económicas. Nosotros entenderemos como análisis financiero de la inversión su estudio o consideración como operación financiera, en un sentido amplio, es decir, como realización de un plan económico que entraña, para el sujeto del mismo, la salida de un conjunto de capitales frente a la recepción de otro, esto es, como un sistema constituido por un output y un input de capitales.

Evidentemente, en la consideración de tales capitales, influye no solamente su *cuantía,* sino también su *diferimiento* en el pago, por ello dichos capitales son entendidos como *capitales financieros,* pudiendo ser conceptuados matemáticamente mediante un vector (C, T), de componentes reales no negativas C y T. La primera, cuantía, medida monetaria del activo financiero que representa. La segunda, diferimiento, medida de su liquidez.

El análisis financiero de la inversión supone, entonces, una abstracción de la misma al conceptuarla como sistema formado por dos *conjuntos financieros* contrapuestos (1):

(1) Observemos que, si bien esta formulación considera a los conjuntos financieros como finitos y numerables, ello no supone limitación inicial al modelo, sino tan sólo concreción operativa que más adelante revisaremos.

$$\text{output,}\quad \{(C_r, T_r)\};\quad r = 1, 2, \ldots, n$$
$$\text{input,}\quad \{(C'_s, T'_s)\};\quad s = 1, 2, \ldots, m$$

pudiendo ser su representación gráfica, en un eje temporal,

$$\begin{array}{lccccccc}
O; & & C_1 & C_2 & \ldots\ldots & & C_n & \\
 & 0 & T_1 & T_2 \ldots & T'_1 \ldots & T'_2 \ldots & T_n \ldots & T'_m \\
I; & & & & C'_1 & C'_2 & \ldots\ldots & C'_m
\end{array}$$

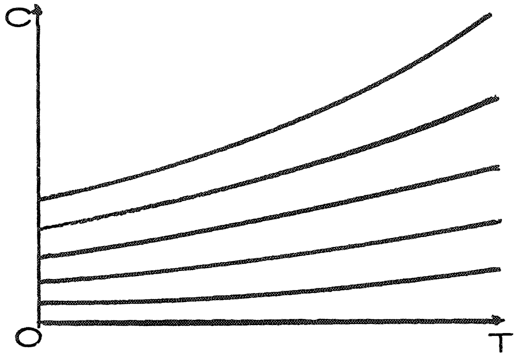
donde hemos diferenciado, en la parte superior el output financiero, y, en la inferior, el input.

2. El ambiente financiero

Ahora bien, toda operación financiera se realiza dentro de un *ambiente financiero,* determinado por el "mercado de liquidez", cuya más concreta expresión es el mercado de dinero. Su trascendencia en el análisis financiero es tal, a nuestro juicio, que, sin aquél, éste carece de un sentido preciso. Conviene pues que precisemos detenidamente qué entendemos como ambiente financiero y que constatemos su presencia en el discurrir de toda actividad económica.

La preferencia por la liquidez, como principio general que informa la conducta de todo sujeto económico, así como la propia teoría económica del valor, determina el ambiente financiero. Justificada como "preferencia por el Tiempo" (Fisher) o como "subestimación de las necesidades futuras" (Böhm Bawerk), la preferencia por la liquidez supone siempre que, entre dos activos de la misma cuantía, es preferible aquel de mayor liquidez, es decir, el de más próxima disponibilidad o menor diferimiento. De ahí que el valor económico asociado a todo capital financiero decrezca al aumentar el diferimiento. Como, por otra parte, crece al aumentar la cuantía, es factible llegar a un criterio de *equivalencia financiera,* cuando se define una relación de sustitución cuantía-diferimiento. Ello supone que dos capitales financieros, con diferentes cuantías y diferimientos, pueden tener el mismo valor económico, ser equivalentes, si la mayor cuantía de una es compensada por el menor diferimiento o mayor liquidez del otro.

Un mapa de curvas de indiferencia financiera, donde cada punto represente un capital financiero y cada curva una *línea de valor,* es gráfico exponente de la equivalencia financiera y de la relación de sustitución cuantía-diferimiento, antes referidos.



Una *ley financiera* es la expresión formal de una equivalencia financiera que recoge, funcionalmente, las relaciones cuantitativas entre las componentes de aquellos capitales que son equivalentes. Admitidas, para la equivalencia financiera las tres propiedades lógicas, constitutivas de toda relación de equivalencia, reflexividad, reciprocidad y transitividad, y aceptadas dos más, extraídas de la propia observación del fenómeno económico mismo que es toda operación financiera, la *homogeneidad* respecto a cuantía y la *positividad* del interés (la primera de fundamento revisable, pero presente en la totalidad de los regímenes financieros, y la segunda consecuencia inmediata de la preferencia por la liquidez), es posible llegar, mediante las deducciones oportunas (2), a la expresión formal analítica de una ley financiera, a través del llamado *factor financiero,* resultando éste una función de dos variables del tipo

$$e(T, T') = e^{\int_{T}^{T'} \rho(\tau) d\tau}$$

con el siguiente significado:

"Dos capitales financieros (C, T) y (C', T') son equivalentes, según la equivalencia Financiera $\tilde{F}$,

(2) Vid. A. RODRÍGUEZ, "Matemática de la Financiación". Ediciones de la Universidad de Barcelona. Págs. 81 y sigtes.

si, y sólo si, es
$$(C, T) \underset{F}{\sim} (C', T')$$
$$C' = C \cdot e(T, T')$$

siendo $e(T, T')$ el factor financiero definidor de la equivalencia financiera $\underset{F}{\sim}$."

Se deduce, también, que $\varrho(\tau)$ ha de ser una función positiva de τ, argumento que recorre el intervalo temporal de extremos T y T′, teniendo tal función un significado económico muy concreto y relevante: el de *precio estricto* del servicio financiero en el instante τ (3).

Si tal precio financiero es constante la ley financiera es *estacionaria* siendo, en otro caso *dinámica,* pudiendo diferenciarse grados de dinamicidad (4).

El mercado de dinero es, como dijimos, el que más fielmente muestra las equivalencias entre activos de diferente liquidez, mediante un sistema de tipos de interés que permite determinar los capitales negociables. Pero, en el mercado de dinero o mercado de liquidez, no se explicitan las leyes financieras que lo rigen, debido a la simplicidad que la praxis financiera impone, encontrándose éstas implícitamente definidas en el *régimen financiero.* Éste no es sino la expresión del convenio adoptado por el mercado para fijar los capitales a restituir (cuantías y diferimientos), atendiendo a los recibidos y a los términos de la operación.

Concretándonos al régimen financiero más sobresaliente, el de *interés compuesto* a tanto nominal *i* y período de capitalización *p*, encontramos que la ley financiera asociada al mismo corresponde al factor financiero

$$e(T, T') = (1 + i \cdot p)^{\frac{T'-T}{p}} = (1 + i \cdot p)^{\frac{t}{p}}$$

siendo t el *plazo* de la operación, $t = T' - T$ (5). El precio financiero correspondiente es

$$\varrho = \frac{1}{p} \ln (1 + i \cdot p)$$

constante y, por tanto, la ley financiera estacionaria (6).

(3) *Op. cit.,* págs. 86 y sigtes.
(4) *Op. cit.,* págs. 92 y sigtes.
(5) *Op. cit.,* págs. 121 y sigtes.
(6) Obsérvese que para período de capitalización anual, $p = 1$, coinciden las anteriores expresiones con las tradicionales.

Dos regímenes financieros son equivalentes si se corresponden con la misma ley financiera asociada (7). Ello nos permite referirnos siempre, si nos conviene, a regímenes financieros de capitalización anual, obteniendo el equivalente en esta capitalización al determinado por el mercado. En tal caso, no será necesario referirnos a los períodos de capitalización, que se sobreentenderán anuales, resultando definido el ambiente financiero, tan sólo, por un tipo de interés o sistema de ellos.

3. La tasa de rentabilidad interna: crítica

La preferencia por la liquidez determina una equivalencia financiera "natural" que rige el equilibrio del mercado de liquidez. Todo inversor debe tratar de mejorar esta equivalencia natural de mercado que establece la "renta del ahorro". La consecución de este empeño permite al inversor obtener la "superrenta o excedente del inversor". La consideración del ambiente financiero es, entonces, dato exógeno pero imprescindible en el análisis de la inversión. Algunos planteamientos tradicionales, como el de la llamada — con poca fortuna — "tasa de rentabilidad interna", han prescindido de dicho dato, incurriendo en confusión conceptual y metodológica al mixtificar aspectos exógenos y endógenos a la inversión, originando incluso posibles resultados paradójicos, como la multiplicidad de tasas internas para una misma inversión.

En realidad, la investigación de la tasa de rentabilidad interna de una inversión, en el planteamiento tradicional, no es sino el estudio de la ley financiera implícita en una operación financiera determinada. Supone, conocidos los capitales entrantes y salientes de una operación, determinar la ley financiera latente en la misma. Es una cuestión inversa a la que habitualmente surge en la problemática financiera, en la que la equivalencia financiera es un dato, siendo así que ahora pretendemos obtener este dato de los resultados.

Nosotros hemos dado un enfoque original a esta cuestión (8), llegando a la ecuación

$$\varrho = \frac{\ln \sum C'_s - \ln \sum C_r}{T'_o - T_o}$$

(7) *Op. cit.*, págs. 140 y sigtes.

(8) Vid. A Rodríguez, "Análisis Financiero de la Tasa de Rentabilidad de una inversión". Barcelona, 1976., págs. 6 y sigtes.

donde T'_o y T_o son los respectivos *diferimientos medios* (9) de los conjuntos financieros input y output de la operación, con expresiones

$$T'_o = \frac{\ln \sum C'_s - \ln \sum C'_s \cdot e^{-\rho T_s}}{\rho}$$

$$T_o = \frac{\ln \sum C_r - \ln \sum C_r \cdot e^{-\rho T_r}}{\rho}$$

ecuación que permite, para su resolución, un algoritmo iterativo de rápida convergencia (10) que permite obtener la solución con gran facilidad.

Normalmente, la solución es única, revelando la existencia de una sola ley financiera implícita. Pero pueden producirse casos con múltiples soluciones, lo cual significa que varias leyes financieras justifican una misma operación, lo cual no entraña paradoja conceptual alguna (11).

En efecto, la multiplicidad de equivalencias financieras, para una misma operación financiera, deriva de la propia imprecisión de la operación financiera, cuando es compleja, en la determinación del plazo de la operación y, consecuentemente, de su tasa de renta. Comprobémoslo:

Cuando la operación es elemental — un solo capital entregado y otro recibido —, con ecuación simbólica para la equivalencia financiera

$$(C, T) \underset{F}{\simeq} (C', T')$$

la renta total de ahorro que produce el ambiente financiero es

$$R = C' - C$$

siendo el plazo de la operación, durante el cual se ha generado,

$$t = T' - T$$

Por tanto, la tasa de renta, por unidad de cuantía y tiempo, es

$$r = \frac{R}{C \cdot t} = \frac{C' - C}{C(T' - T)}$$

(9) *Op. cit.*, págs. 4 y sigtes.
(10) *Op. cit.*, págs. 15 y sigtes.
(11) *Op. cit.*, págs. 12 y sigtes.

Para obtener una tasa de rentabilidad acumulativa anual, partiríamos de la ecuación

$$C' = C(1 + i)^t$$

llegándose al tanto

$$\varrho = \ln(1 + i) = \frac{\ln C' - \ln C}{t}$$

y, por tanto, a

$$i = \text{antilog } \varrho - 1$$

Ahora bien, si la operación es compleja — varios capitales entregados o recibidos —, con ecuación simbólica,

$$\{(C_r, T_r)\} \tilde{F} \{(C'_s, T'_s)\}$$

aún podríamos computar que la renta total es la diferencia de cuantías entregadas y recibidas,

$$R = \sum C'_s - \sum C_r$$

y que la cuantía total, generadora de la renta de ahorro, es $\sum C_r$, pero el plazo de la operación carece de la homogeneidad financiera necesaria para permitirnos determinar una tasa media anual de rentabilidad, debido a la distribución de cuantías durante el mismo, no revelada por el plazo.

Nosotros, no obstante, no hemos renunciado a la obtención de tasas medias, y hemos emprendido la tarea de homogeneizar financieramente el plazo de la operación, mediante la elaboración del concepto de *plazo financiero medio*. Apoyándonos en las equivalencias financieras postuladas entre conjuntos financieros y sus sumas en los diferimientos medios (12),

$$\{(C_r, T_r)\} \tilde{F} (\sum C_r, T_0)$$
$$\{(C'_s, T'_s)\} \tilde{F} (\sum C'_s, T'_0)$$

la operación financiera compleja resulta equivalente, financieramente, a la elemental

$$(\sum C_r, T_0) \tilde{F} (\sum C'_s, T'_0)$$

(12) Vid. A. RODRÍGUEZ, "Mat. de la Financiación", págs. 59 y sigtes.

donde la renta total sigue siendo

$$R = \sum C'_s - \sum C_r$$

atribuible, ahora, a un plazo, "homogeneizado financieramente",

$$t_o = T'_o - T_o$$

que hemos denominado plazo financiero medio.

Ya es posible la determinación de la tasa de renta, por unidad de cuantía y tiempo,

$$r = \frac{R}{\sum C_r \cdot t_o} = \frac{\sum C'_s - \sum C_r}{\sum C_r (T'_o - T_o)}$$

así como la acumulativa anual,

$$\varrho = \frac{\ln \sum C'_s - \ln \sum C_r}{T'_o - T_o}$$

observándose su identificación con la tasa de rentabilidad interna, anteriormente formulada y, finalmente,

$$i = \text{antilog } \varrho - 1$$

Es muy importante que constatemos que, a diferencia de las elementales o simples, en las operaciones complejas el plazo financiero medio no es independiente de la propia tasa que se pretende determinar, ya que t_o, como T'_o y T_o, son funciones de ϱ. Es decir, el plazo financiero medio depende del ambiente financiero y, de ahí, que la operación compleja no sea por sí suficientemente precisa para la determinación de tasas temporales, pudiendo surgir más de una solución al alterarse el ambiente financiero. La paradoja aparente, debida a la multiplicidad de soluciones, es así explicable totalmente, en función del dato exógeno a la operación financiera que supone el ambiente financiero.

4. El análisis contable y el financiero

El estudio de la rentabilidad, en los enfoques contable y financiero, es muy diferente. Mientras el análisis contable ignora habitualmente la preferencia por la liquidez, al menos en sus primeras determinaciones, el análisis financiero fundamenta sobre la misma todas sus concepciones. Así, para el análisis contable, la renta producida por una inversión elemental es, simplemente, la diferencia de cuantías

$$R = C' - C$$

mientras que, para el análisis financiero, tales cuantías tienen diferente grado de liquidez, por ser temporalmente diferente su disponibilidad, debiendo previamente homogeneizarse financieramente los términos del segundo miembro, considerando que si, para el ambiente financiero $\underset{F}{\approx}$, es

$$(C, T) \underset{F}{\approx} (C'', T')$$

la renta, renta financiera, es

$$R_f = C' - C''$$

Si tenemos presente que, la renta de ahorro es, para el ambiente $\tilde{F}$,

$$R_F = C'' - C$$

fácilmente se deduce que

$$R = R_F + R_f$$

esto es, que la renta total contable es la suma de la de ahorro más la financiera. Ello permite conceptuar la renta contable como una renta "bruta", siendo la financiera renta "neta" o superrenta de inversor que se superpone a la de ahorro.

Esta sencilla relación entre renta contable y renta financiera, hace que la determinación de la primera permita fácilmente la obtención de la segunda y, si bien el análisis contable supone, en principio, un ambiente financiero nulo, ello es fácilmente corregible después.

De la última igualdad se llega, fácilmente, a esta otra

$$\varrho = \varrho_F + \varrho_f$$

Entonces, la tasa de rentabilidad interna ϱ, determina la rentabilidad bruta o contable, permitiendo, deduciendo la tasa de rentabilidad del ambiente financiero ϱ_F, obtener la tasa de rentabilidad neta del inversor.

Pero el gran error conceptual y metodológico se produce cuando estas conclusiones, válidas para una inversión elemental, se generalizan a las demás; a las operaciones de inversión complejas. En efecto, en tales inversiones la tasa de rentabilidad interna ϱ no coincide con la renta contable, como en las inversiones elementales. Pero, además, ninguna de las dos tiene carácter de tasa de rentabilidad bruta, de la que fácilmente pueda deducirse la neta, o renta del inversor. Comprobémoslo.

La tasa de rentabilidad interna satisface, según dijimos, a la ecuación

$$\varrho = \frac{\ln \sum C'_s - \ln \sum C_r}{T'_o(\varrho) - T_o(\varrho)}$$

luego el plazo financiero medio

$$t_o(\varrho) = T'_o(\varrho) - T_o(\varrho)$$

ha sido computado según una tasa ϱ que no corresponde, ni a la del ambiente financiero ϱ_F (salvo singular coincidencia que revelaría la inexistencia de superrenta en la inversión), ni tampoco a la que es propia del análisis contable, $\varrho_F = 0$.

Para la correcta obtención de una tasa de rentabilidad bruta ϱ, que satisficiera la igualdad

$$\varrho = \varrho_F + \varrho_f$$

debe realizarse el cálculo,

$$\varrho = \frac{\ln \sum C'_s - \ln \sum C_r}{T'_o(\varrho_F) - T_o(\varrho_F)}$$

esto es, computando el plazo financiero medio según el ambiente financiero, $t_o(\varrho_F)$.

De este modo el análisis financiero — introducción del ambiente financiero — se hace indispensable en el estudio de las inversiones complejas, donde el análisis contable resulta insuficiente, *fracasando la generalización de la tasa de rentabilidad interna en su significación de rentabilidad bruta de la inversión.*

5. La rentabilidad en ambiente financiero dinámico

Las operaciones de inversión, por su propia naturaleza, precisan habitualmente plazos medio o largo para su realización. El ambiente financiero definido por una ley estacionaria, esto es, con ϱ constante, es propio del corto plazo, solamente. Teóricamente, una variación continua del tipo de interés, durante el plazo, describiría el efecto dinámico del diferimiento mejor que si la variación fuese discreta. Pero, una vez más, la praxis se impone en el mercado de dinero que suele mostrar una simplicidad, aún mayor, al regirse por un sistema de tipos nominales de interés (a la vista, a plazo de un año, de dos, etc.), resultando un ambiente financiero dinámico donde el tipo de interés es función discreta del plazo de la operación.

La determinación de los diferimientos medios de los conjuntos financieros que definen el output e input de la inversión y, por tanto, la obtención del plazo financiero medio, ya no es inmediata cuando el ambiente financiero es dinámico, precisando de algoritmos particulares.

En efecto, sea el ambiente financiero dinámico definido por el sistema de tipos de interés,

$$i_a;\ i_b;\ i_c;\ \ldots\ldots$$

con períodos de capitalización o abono de interés,

$$p_a;\ p_b;\ p_c;\ \ldots\ldots$$

aplicables a operaciones financieras de plazos respectivos, a, b, c, ... Consideremos, ahora, los parámetros estacionarios,

$$A_a = (1 + i_a \cdot p_a)^{\frac{1}{p_a}}$$

$$A_b = (1 + i_b \cdot p_b)^{\frac{1}{p_b}}$$

$$A_c = (1 + i_c \cdot p_c)^{\frac{1}{p_c}}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

La determinación del diferimiento medio T_o del conjunto financiero $\{(C_r, T_r)\}$ conduce a una ecuación,

$$\sum C_r \cdot A_r^{\,T_o - T_r} = \sum C_r$$

transformable en otra del tipo,

$$K_a \cdot A_a^{\,T_o} + K_b \cdot A_b^{\,T_o} + K_c \cdot A_c^{\,T_o} + \ldots = 1$$

para cuya resolución hemos elaborado un algoritmo iterativo, de rapidísima convergencia, que programado en un microcomputador produce soluciones inmediatas (13), con cálculos que llegan hasta la obtención final de la tasa de rentabilidad de la inversión, en ambiente financiero dinámico.

Evidentemente, una vez logrados los diferimientos medios y el plazo financiero medio, t_0, es

$$\varrho = \frac{\ln \sum C'_s - \ln \sum C_r}{t_0}$$

y la tasa de rentabilidad, en capitalización anual,

$$i = \text{antilog } \varrho - 1$$

tasa de rentabilidad bruta de la que puede obtenerse la tasa de rentabilidad de inversión descontando la de ahorro, i_F. La tasa de ahorro i_F es resultado de seleccionar entre i_a, i_b, i_c, etc., aquella que corresponda al plazo financiero medio de la inversión.

6. Selección financiera de inversiones

La decisión inversora está condicionada, evidentemente, por una multiplicidad de circunstancias, pero, entre ellas, destacan dos aspectos de la inversión altamente determinantes para el sujeto económico. Son éstos: la *inmovilización financiera* que comporta y la *rentabilidad financiera* de la inversión. Ambos se complementan y su consideración conjunta es necesaria como antecedente inmediato para una decisión racional financiera.

Podría sorprender la omisión del factor riesgo o seguridad de la inversión, tradicionalmente considerado como independiente, pero nosotros entendemos que el estudio de la rentabilidad, incluso el de la inmovilización financiera, es inseparable del riesgo o seguridad de la inversión, conceptuando aquellas magnitudes que describen tales aspectos de la inversión como inciertas o estocásticas, asumiendo dentro de su campo de realizaciones la rentabilidad negativa o pérdida e, incluso, la ruina.

Es, entonces, a la Ciencia Actuarial, que conjuga los ambientes de

(13) Vid. A. Rodríguez, "Análisis Financiero de la Tasa de Rentabilidad de una inversión". Barcelona, 1976, págs. 29 y sigtes.

riesgo e incertidumbre con el ambiente financiero, siendo quizás ésta una de sus más propias definiciones, a quien corresponde el análisis financiero de las inversiones no ciertas, que más adelante realizamos.

Pero vamos a referirnos, seguidamente, a los factores seleccionados como más trascendentes en la selección financiera de las inversiones.

La *inmovilización financiera* de la inversión considera la reducción de liquidez que exige la afectación de recursos a la misma, limitando al sujeto la opción consumo-inversión, presente y futura. En la inversión elemental queda reflejada por la cuantía invertida y el plazo de la inversión. En la inversión compleja supone la descripción de todos los capitales a invertir, así como de los retirados; no obstante, apoyándonos en la equivalencia entre operación compleja y elemental, ya referida, podemos resumir también esta descripción en dos parámetros: cuantía suma de capitales invertidos, $\sum C_r$, y plazo financiero medio de la inversión, cuya extensión es t_0.

La *rentabilidad financiera* de la inversión, considerada como excedente entre capitales invertidos y recuperados, no es muy significativa si no es referida a la inmovilización financiera de la inversión. De ahí el estudio de la magnitud derivada denominada tasa de rentabilidad, cuyo concepto ha sido ya establecido y determinado anteriormente, bien como tasa bruta ϱ o tasa neta o financiera ϱ_f.

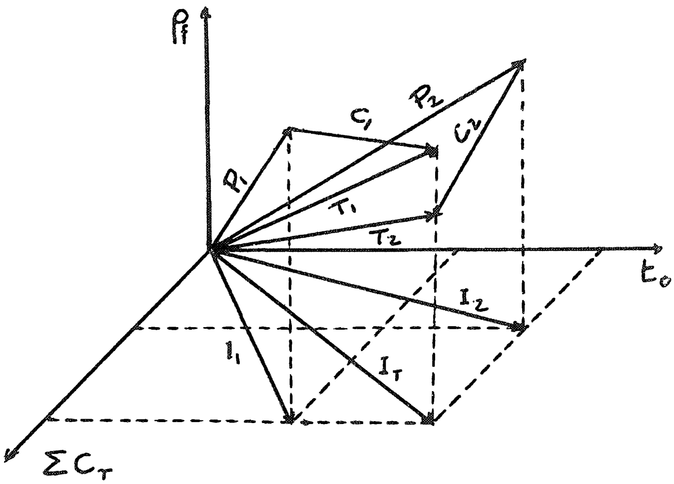
Son, entonces, tres parámetros los que perfilan sintéticamente una operación inversora, según nuestra metodología: cuantía suma, plazo medio y rentabilidad, quedando reflejada en el vector

$$(\sum C_r,\ t_0,\ \varrho_f)$$

La selección entre inversiones no puede realizarse, entonces, atendiendo solamente a una de tales componentes, la tasa de rentabilidad, a no ser que se produzca la completa coincidencia de las otras dos. Ello es posible lograrlo mediante *inversiones complementarias* que sólo perciben la renta de ahorro del ambiente financiero y, por tanto, que tienen rentabilidad financiera nula.

En efecto, para que al sujeto económico se le muestre una alternativa inversora es preciso que su capacidad económica le permita concurrir a las diferentes opciones, por lo que las diferentes inmovilizaciones financieras que éstas exigen han de ser posibles para el mismo. La elección de una u otra opción le origina excesos de liquidez que sólo perciben la renta de ahorro, mediante su inversión complementaria. Puede considerarse *inversión total* a la inversión única que asume la *inversión principal* y la *complementaria,* resultando que todas las inversiones totales coinciden ya en la inmovilización financiera, por lo que el estudio de su rentabilidad es suficiente para la selección de la inversión óptima, con criterio financiero. La conversión a elementales de tales inversiones posibilita y facilita considerablemente este análisis (14).

La siguiente representación gráfica muestra cómo dos inversiones principales P_1 y P_2, son transformadas en totales T_1 y T_2, mediante la adición de las complementarias C_1 y C_2, con lo que las inmovilizaciones financieras I_1 e I_2, se identifican en la I_T, permitiendo la selección a través de ϱ_f, resultando óptima la opción primera.



7. Inversiones con flujo financiero

Hasta el presente, y como señalamos en (1), hemos considerado la inversión formada por conjuntos financieros de capitales finitos y numerables. No obstante, a veces es necesario contemplar accesos ininterrumpidos de disponibilidad que intervienen en la operación de inversión, durante intervalos de tiempo. Así, por ejemplo, el ingreso que se produce en la explotación de una autopista de peaje u otra situación similar. El

(14) *Op. cit.,* págs. 35 y sigtes.

concepto de conjunto financiero debe ser ahora completado con el de *flujo financiero*. El concepto de disponibilidad "en", que caracteriza al capital financiero, es sustituido por el de acceso de disponibilidad "hasta", propio del flujo financiero. En definitiva, el flujo implica una corriente financiera que supone un acceso ininterrumpido de disponibilidad, durante un plazo, describiéndose el mismo por la cuantía acumulada hasta un instante cualquiera del plazo.

Formalmente, definimos el flujo mediante una *función de cuantía acumulada* C(T), real, positiva, no decreciente, continua y derivable, en un intervalo (O′, Z), denominado *plazo del flujo*.

La *intensidad del flujo* es la función derivada,

$$c(T) = C'(T)$$

que explica la intensidad en cada uno de los instantes del plazo, siendo, por tanto,

$$C(T) = \int_{O'}^{T} c(\tau)\, d\tau$$

Entre otras posibles clasificaciones de los flujos, destacamos la de flujos *constantes* o *uniformes* y *variables*, por razón de la intensidad; *temporales* y *perpetuos*, por su duración; *inmediatos y diferidos*, por el inicio del plazo, etc.

En un determinado ambiente financiero, definido por una ley financiera de factor,

$$e(T, T') = e^{\rho \cdot t}$$

definimos como *valor del flujo en T* al capital financiero (V, T) cuya cuantía es

$$V = \int_{O'}^{Z} c(\tau) \cdot e^{\rho(T-\tau)}\, d\tau$$

Definimos como *diferimiento medio* del flujo aquel diferimiento T_o en el cual el valor del flujo coincide con la cuantía acumulada en Z, C(Z). Con facilidad se llega a (15)

$$T_o = \frac{\ln C(Z) - \ln V_o}{\varrho}$$

(15) *Op. cit.*, págs. 52 y sigtes.

donde V_0 es la cuantía del *valor actual*, o en origen, del flujo financiero.

La determinación del diferimiento de un flujo es de trascendental importancia, pues permite establecer la equivalencia financiera siguiente, entre flujo y capital financiero,

$$\text{flujo financiero} \underset{F}{\sim} (C(Z), T_0)$$

apoyándonos en un postulado de la Matemática de la Financiación que interpreta un orden de racionalidad muy común (16), enlazando así con la teoría de la inversión discreta, ya analizada. Efectivamente, sustituidos los flujos financieros que participan en la inversión, por sus equivalentes valores en los diferimientos medios, es posible su tratamiento, según el análisis financiero referido, hasta llegar a determinar la cuantía total de la inversión, su plazo financiero medio y su rentabilidad financiera, parámetros que describen financieramente la operación de inversión considerada.

8. Inversiones en ambiente de incertidumbre y riesgo

Sea, ahora, el ambiente inversor no cierto, es decir, la situación, contraria a la certidumbre inversora, sin distinguir si corresponde a incertidumbre o riesgo, por el grado de información del sistema. Sólo nos interesa constatar la participación en inputs o outputs, de capitales o flujos financieros aleatorios para el sujeto inversor, sin mayor consideración de cual sea el origen de tal aleatoriedad.

Recordemos que el capital aleatorio se define por una variable aleatoria bidimensional (ξ, η), de componentes aleatorias en el campo real, no negativo, calificables como *cuantía aleatoria* y *diferimiento aleatorio*. En el flujo aleatorio, la cuantía acumulada es una función aleatoria $\xi(T)$ en el plazo del flujo (O', Z) (17).

La aleatoriedad que participa en capitales o flujos se traslada a la inmovilización financiera y a la tasa de rentabilidad financiera de la inversión, que adoptarán diferentes determinaciones, vinculadas a las realizaciones de los sucesos que influyen en los inputs y outputs de la inversión. Cuantía invertida, plazo financiero medio y tasa de rentabilidad, deberán ser entonces descritos en términos estocásticos, es decir, a través

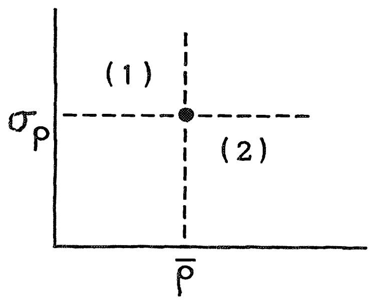
(16) A. Rodríguez, "Mat. de la Financiación", pág. 65.
(17) *Op. cit.*, págs. 66 y sigtes.

de su distribución de probabilidad, inducidad de aquellas que informan la descripción de los sucesos aleatorios participantes.

La selección financiera de inversiones tropieza, ahora, con mayores dificultades para reducir su análisis a la rentabilidad financiera, mediante la homogeneización de todas las opciones en cuanto a su inmovilización. No obstante, apoyándonos en inversiones complementarias en el ambiente financiero, es posible siempre la conversión de la inmovilización en cierta, trasladando toda la aleatoriedad de la inversión a su tasa de rentabilidad. Por ello, vamos a centrarnos en su estudio.

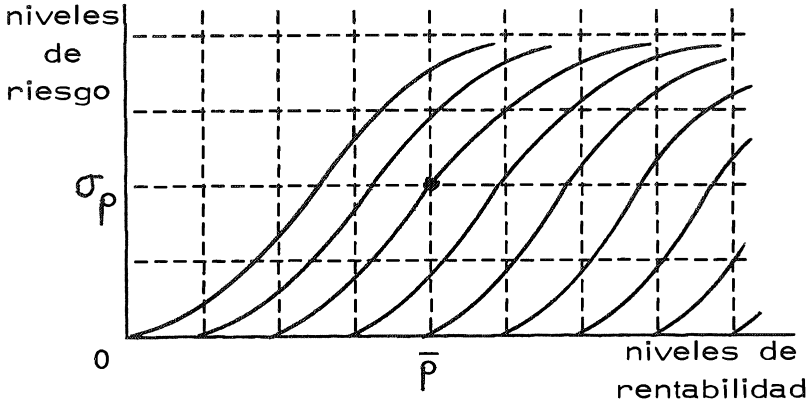
La rentabilidad de una inversión aleatoria puede describirse a través de la esperanza de su cuantía y de la magnitud del riesgo. La primera es reflejable por la tendencia central de la variable aleatoria ϱ, pudiendo ser su medida la esperanza matemática o valor medio, $\bar{\varrho}$. La segunda, más imperfectamente, puede ser interpretada por la dispersión de la variable ϱ, medida por su varianza σ_ϱ^2, o bien, su desviación típica σ_ρ.

Si nos concretamos a las dos medidas referidas, toda inversión aleatoria es representable en el espacio bidimensional por un punto, de este modo,



Considerando que toda inversión es más sugestiva, cuanto mayor sea la rentabilidad esperada y menor su riesgo, es inmediata la preferencia de una operación inversora sobre cualquier otra que presente desventaja en ambos aspectos. De ahí que, en la representación anterior, la inversión $(\bar{\varrho}, \sigma_\rho)$ es preferible a cualquier otra representada por un punto que se halle en el cuadrante (1), y postergable a cualquiera del cuadrante (2).

Desgraciadamente, el orden así definido, objetivamente, no es completo, ya que no determina preferencias respecto a las inversiones contenidas en los otros dos restantes cuadrantes. Es necesario entonces consultar la psiquis del sujeto inversor, a fin de definir una función de utilidad, con el consiguiente mapa de curvas de indiferencia, si queremos completar la definición de orden de preferencia entre todas las posibles operaciones de inversión, orden que ya será, evidentemente, subjetivo.



Considerado un mapa de curvas de indiferencia que conjugue rentabilidad y riesgo, para un mismo sujeto, dos operaciones de inversión siempre pueden someterse a un orden preferencial. Así, en la figura, donde la operación inversora ($\bar{\varrho}$, σ_ρ) resulta indiferente al sujeto en relación con otra cualquiera que se halle en la misma curva, dividiendo ésta al plano en dos zonas tales que, a la izquierda los proyectos de inversión tienen inferior interés para el sujeto, mientras que, a la derecha, son más apreciados por éste.

La curva de indiferencia que incide en el origen divide al plano señalando, a su derecha, la *zona eficiente,* puesto que cualquier operación inversora que se encuentre fuera carece de rentabilidad esperada positiva, no siendo factible racionalmente.

Cuanto llevamos expuesto justifica la necesidad de una descripción estocástica de la tasa de rentabilidad de la inversión que no podrá prescindir, en todo caso, del estudio de la esperanza matemática y de su desviación típica.

No es éste, por supuesto, momento adecuado para desarrollar una sistematización del estudio estocástico de la tasa de rentabilidad, que bien podría comprender tres grandes apartados: las operaciones elementales, las complejas y los flujos financieros (18). Sí hemos querido subrayar la necesidad metodológica, tantas veces desconocida, de que las magnitudes aleatorias sean tratadas como tales, mediante la descripción estocástica. La reducción al análisis determinista de una magnitud que sustantivamente es incierta — y la mayoría de las magnitudes económicas y sociales lo son —, siquiera sea con su identificación con la esperanza matemática — lo cual practica la propia Ciencia Actuarial muy frecuentemente —, supone, a nuestro juicio, una licencia metodológica tal que desvirtúa la aplicabilidad del modelo en su interpretación formal de la realidad, desnaturalizando sus conclusiones. Es por ello que, en nuestro análisis, hayamos recusado la escisión entre rentabilidad y riesgo de una inversión, que se confunden en única naturaleza.

Solamente a título demostrativo, vamos a considerar el análisis financiero de una operación de inversión, aleatoria y elemental, con input cierto (C, T) y output aleatorio (ξ, η) tanto por su cuantía ξ, como por su diferimiento η. El capital aleatorio (ξ, η) es descrito por la función de distribución de variable bidimensional F(x, y). En principio, no es preciso el dato de cual sea el ambiente financiero, por ser la operación elemental, si nos referimos a la tasa de rentabilidad bruta.

La tasa de rentabilidad aleatoria para esta inversión es

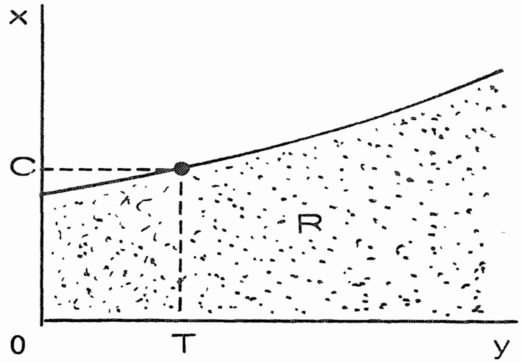
$$\varrho = \frac{\ln \xi - \ln C}{\eta - T}$$

y su distribución de probabilidad,

$$\Phi(r) = P[\varrho \leqq r] = P\left[\frac{\ln \xi - \ln C}{\eta - T} \leqq r\right] = P[\xi \leqq C \cdot e^{r(\eta - T)}] =$$
$$= P[(\xi, \eta) \leqq R]$$

siendo R el recinto determinado según la figura,

(18) Su desarrollo se contiene en *Op. cit.* "Análisis Financiero de la Tasa de Rentabilidad de una Inversión".



Entonces, si f(x, y) es la función de densidad de la variante (ξ, η), es

$$\Phi(r) = \iint_R f(x, y)dxdy = \int_0^{\infty} dy \int_0^{x_r(y)} f(x, y)dx$$

donde hemos representado,

$$x_r(y) = C \cdot e^{r(y-T)}$$

La función de densidad de la variable ϱ es

$$\varphi(r) = \int_0^{\infty} f(x_r(y), y)\, dy$$

y la función de cuantía, si ϱ fuese discreta,

$$P[\varrho = r] = \sum_{j=1}^{\infty} p_{ij}$$

condicionada a

$$x_i = C \cdot e^{r(y_j - T)}$$

siendo p_{ij} la probabilidad asociada al suceso (x_i, y_j).

Esta descripción permite obtener intervalos de confianza u otras aplicaciones de los métodos estadísticos y, en particular, el valor medio y la desviación típica de la rentabilidad ϱ.

9. Conclusiones

Creo, señores, llegado el momento de sintetizar, a modo de conclusiones, las principales ideas que vertebran este discurso al que Vds. han concedido tan amable atención.

El análisis financiero nunca puede prescindir del ambiente financiero o preferencia por la liquidez, por ser consustancial al mismo, a diferencia del análisis contable.

El análisis contable de la tasa de rentabilidad de una inversión, simple o acumulativa — la llamada tasa de rentabilidad interna —, es válido en las operaciones de inversión elementales, por cuanto que las tasas que determina son tasas brutas financieramente, siendo factible, a partir de ellas, llegar a las netas, de forma inmediata.

La generalización de tal análisis contable a las operaciones de inversión complejas incurre en confusión conceptual y resulta incorrecta, siendo recusable totalmente. Ello es debido a que las tasas de rentabilidad que determina carecen ahora de la significación de tasas financieras brutas, única circunstancia que las avalaba. De tal confusión deriva la paradógica multiplicidad posible de tasas. El análisis financiero es ya indispensable para el estudio de las tasas de rentabilidad en las operaciones de inversión complejas, tanto brutas como netas, con intervención del ambiente financiero.

El análisis financiero, dirigido a la selección de inversiones, no puede limitarse al estudio de la rentabilidad, sino que, paralelamente, debe considerar la inmovilización financiera. Ésta es, a su vez, resultante de dos parámetros: cuantía inmovilizada y plazo de inmovilización. Unidos a la rentabilidad configuran financieramente a una inversión como vector tridimensional. No obstante, la selección es factible a través del parámetro rentabilidad, si previamente homogeneizamos las opciones inversoras respecto a los otros dos, mediante las inversiones complementarias en el ambiente financiero que, unidas a las principales, conducen a las inversiones totales.

Metodológicamente, tanto el análisis de las tasas de rentabilidad, en las operaciones de inversión complejas, como el de su inmovilización financiera, recibe un notable impulso — nosotros lo consideramos decisivo —, con la introducción del concepto de plazo financiero medio. Él nos ha conducido a formulaciones nuevas que han sido resueltas mediante la concepción de algoritmos especiales, de rápida convergencia, programables en computador, útiles tanto en ambiente financiero estacionario como dinámico.

Tanto la colocación de capitales como su retirada, en una inversión, constituyen, a veces, flujos monetarios de características que puedan configurarlos continuos. Su tratamiento como flujos financieros conduce a nuevos conceptos como el de intensidad del flujo y cuantía acumulada, pero consideramos metodológicamente fundamental el de diferimiento medio del flujo, por cuanto permite su sustitución financieramente equivalente por un capital financiero, enlazando la metodología continua con la discreta, en su análisis.

Llegamos así, finalmente, al análisis financiero de inversiones que se desenvuelven en ambientes de incertidumbre y riesgo, capítulo central, evidentemente, pero prolongación de los estudios anteriores. Magnitudes, antes consideradas ciertas, devienen ahora aleatorias. Recusamos su conversión en ciertas, a través de valores medios, y propugnamos su descripción estocástica, mediante el estudio de las distribuciones de probabilidad obtenidas por convolución de aquellas vinculadas a capitales y flujos. Si, mediante inversiones complementarias, otorgamos certeza a las inmovilizaciones financieras, el análisis financiero de la selección de inversiones se reduce al estudio de tasas de rentabilidad aleatorias y a su comparación. Una descripción sintética de la tasa de rentabilidad la reduce a la consideración de su valor medio y su desviación típica. Aun así, el orden de preferencia definible objetivamente no puede ser completo, siendo preciso recurrir a la definición de una función de utilidad para el inversor. Con todas sus dificultades, no puede ser otro el correcto tratamiento que el análisis financiero otorgue al estudio de las inversiones en ambiente de incertidumbre y riesgo, si no es con sustancial pérdida interpretativa en el modelo, inexcusable para toda ciencia empírica.

Discurso de Contestación por el Académico de Número

Ilmo. Sr. Dr. José Manuel de la Torre y Miguel

Excelentísimo señor Presidente:
Excelentísimos e Ilustrísimos señores:
Ilustrísimos señores Académicos:
Señoras y señores:

El Dr. D. Alfonso Rodríguez Rodríguez, colega, compañero y amigo, recipiendario en esta ilustre Corporación, nos ofrece hoy una aportación original en su interpretación financiera de la inversión, con su discurso de ingreso titulado "Sobre el análisis financiero de la inversión", y al corresponderme el honor, por precepto reglamentario, de contestar a su magistral exposición reconozco cuán difícil es comentar un trabajo científico que responde a sus investigaciones sobre una materia de la que él su más profundo conocedor.

La personalidad del Dr. Rodríguez es harto conocida en el ámbito científico económico, tanto en lo que respecta a la cuestión académica como a la investigadora, sin olvidar su actividad y vinculación a la Administración del Estado. Ello no obsta para que, antes de comentar a grandes rasgos su discurso de ingreso, haga una breve semblanza de dicha personalidad:

El recipiendario, aparte de otros estudios universitarios en Facultades de Ciencias y Derecho, posee los títulos de Actuario de Seguros, Intendente Mercantil y Licenciado en Ciencias Políticas, Económicas y Comerciales por la Universidad de Madrid. Lee su tesis doctoral en la misma universidad con calificación "Sobresaliente cum Laude". Por oposición consigue la Cátedra de Análisis Matemático de Escuelas de Comercio y, más tarde, por nueva oposición, la de Matemática de las Operaciones Financieras de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, siendo número uno de su oposición, desempeñando desde

1970 ambas cátedras en la Universidad central de Barcelona. Su vocación universitaria le impulsó a aceptar y ejercer los cargos de Vicerrector de la misma y Decano en funciones de su propia Facultad. En la actualidad, al margen de su actividad docente e investigadora, es Intendente al servicio de la Hacienda Pública, Consejero Nacional del Instituto de Planificación Contable y Director del mismo en Barcelona.

Sus trabajos de investigación y publicaciones son muy numerosas y de excepcional nivel científico. Mencionaremos algunas más sobresalientes: "Proceso estocástico de muerte"; "Colectivos abiertos y cerrados"; "Aplicaciones de la Transformada de Laplace a la Matemática Financiera y Actuarial"; "Aplicación de la programación lineal a la Economía temporal de producción"; "Análisis económico del coste en la producción conjunta"; "Imputación económica de los costes comunes como interpretación de la dualidad en la programación general"; "Introducción a una Teoría matemática general de los empréstitos"; "Interpretación algebraica de la equivalencia financiera"; "Sobre la construcción de una Teoría matemática de las Operaciones Financieras"; "Las operaciones impropias de la Matemática Financiera"; "Heurística contable en el tratamiento de los empréstitos con prima de amortización y estudio de un tanto efectivo contable (T.E.C."; "Elasticidad de las funciones vectoriales".

Al margen de los trabajos monográficos citados, son de un elevado nivel didáctico y científico, encontrándose entre sus páginas multitud de aportaciones personales, los libros editados: "Matemáticas para Economistas"; "Matemática de la Financiación" y, el más reciente, "Análisis Financiero de la Inversión".

Entrando ya en el contenido del excelente discurso de ingreso que acabamos de escuchar, entiendo que sería inútil por mi parte extraer unas conclusiones cuando el propio autor nos las ofrece, en la última parte de su discurso, en una magnífica síntesis del mismo, donde la originalidad de su trabajo no permite, por otra parte, fáciles comparaciones con otros estudios precedentes. Sí nos corresponde, a mi juicio, comentar algunas de las ideas relevantes que se desprenden del mismo.

Destaca, desde su inicio, como el ilustre compañero vincula el análisis financiero a la constancia de un "mercado de liquidez natural" que lo diferencia de otros análisis económicos, como puede ser el análisis contable, el cual determina equivalencias y órdenes preferenciales entre activos financieros de diferente liquidez. Es muy interesante su tratamiento a través de un mapa de curvas de indiferencia — denominadas acertadamente "líneas de valor" — donde, a diferencia de los habituales mapas de indiferencia económica, ambas componentes reales, cuantía y diferimiento, varían en el mismo sentido, lo cual no obsta para que se defina una relación de sustitución cuantía-diferimiento, que no es sino la expresión de una equivalencia financiera cuya formulación es la ley financiera.

Para el recipiendario tal mercado de liquidez natural, o mercado del dinero, determina la "renta del ahorro" que el inversor debe tratar de mejorar, para alcanzar la "superrenta o excedente del inversor". Ello le conduce a la consideración del ambiente financiero como "dato exógeno" a la inversión, criticando aquellos análisis de la misma que, como el de la "tasa de rentabilidad interna" prescinden de tal consideración, tratándose, por tanto, de análisis falsamente financiero. La crítica que desarrolla sobre el confuso concepto de tasa de rentabilidad interna resulta, a nuestro juicio, definitiva por su profundidad y penetración. Aclara su significado como ley financiera implícita y establece un algoritmo original, fundado en el nuevo concepto financiero de "plazo financiero medio", que permite una inmediata obtención de la misma, superando por su concepción y rápida convergencia cualquier otro ideado hasta ahora con este fin.

La crítica se hace constructiva al aceptar la tasa de rentabilidad interna como tasa de rentabilidad bruta contable, cuando la operación de inversión es elemental, siendo ya totalmente rechazable cuando es compleja, donde la generalización resulta ilícita y fuente de su confuso tratamiento. Apoyándose, nuevamente, en el plazo financiero medio establece la correcta expresión de la tasa de rentabilidad bruta de una inversión compleja en ambiente financiero.

Habida cuenta de los plazos medio o largo que toda inversión no especulativa exige, contempla la necesidad de introducir en el análisis un mercado financiero dinámico, estableciendo el algoritmo que permite la obtención de la tasa de rentabilidad en tal contexto, cuya programación en un microordenador le produce soluciones inmediatas.

Tras de prolongar su estudio al análisis de inversiones en que participan flujos financieros continuos, concepto que trata nuevamente con original y singular precisión, se refiere a la selección de inversiones con criterio financiero. Destaca en este punto la introducción en el análisis de la inmovilización financiera junto a la rentabilidad de la inversión. Considerando que aquella es magnitud de naturaleza bidimensional, puesto que se determina por la cuantía invertida y el plazo, y ésta es de dimensión unitaria, resulta descriptible financieramente la inversión por un vector tridimensional. La comparación y selección de inversiones adquiere así un grado de precisión técnica y analítica muy superior al que es habitual en los tratados tradicionales.

Consciente de que el riesgo es consustancial con la inversión, se traslada de un ambiente de certidumbre a otro de incertidumbre y riesgo, donde anteriores conceptos deterministas precisan ahora de una descripción estocástica. Si bien, en principio, tanto la inmovilización financiera como la rentabilidad de una inversión son afectados por un posible grado de incertidumbre, las "inversiones complementarias" permiten trasladar a la rentabilidad toda la aleatoriedad de la operación. De ahí que centre su estudio en la descripción estocástica de la tasa de rentabilidad de la inversión. Demuestra que la definición de un orden preferencial de inversiones objetivo no es completo y la necesidad de la definición de una función de utilidad para el inversor.

Para ofrecer una visión más completa, en este punto, de su lección magistral el ilustre recipiendario nos muestra el análisis de una operación de inversión elemental aleatoria, con input cierto y output aleatorio.

Precisión, información y erudición rebosan en el discurso de ingreso escuchado y son garantía indiscutible de su labor científica e investigadora. Por todo ello, me congratulo en darle la bienvenida a esta Real Corporación en la seguridad de que su colaboración ha de suponer un importante impulso en las actividades de esta docta Academia.

He dicho.

ÍNDICE