XV SEMINARIO INTERNACIONAL DE BARCELONA

"LA VEJEZ: CONOCIMIENTO, VIVENCIA Y EXPERIENCIA"

VEJEZ Y REVOLUCIÓN DIGITAL

Prof. Dr. Jaime Gil Aluja
Presidente Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras

Abstract:

Uno de los problemas importantes de la vejez es la discriminación y su consecuencia inmediata: la falta de actividad. Quienes demostraron a lo largo de su vida su vocación emprendedora, solidaria en muchos casos, se ven inmersos en el ostracismo, esperando el último adiós en una soledad en compañía.

Muchas veces poseen cualidades singulares, otras demuestran incluso vocación de servicio a la sociedad que está cerrando los ojos a su existencia.

Y, sin embargo, en gran medida, esta misma sociedad está falta de centros de trabajo que colmen sus carencias.

Es indudable la falta de conexión entre una potencial oferta y una efectiva demanda, motivada, en gran medida, porque la retirada de la vida laboral tiene como único criterio la edad, lo que es erróneo e injusto, en muchos casos.

En el trabajo que presentamos se desvela que, además de la edad, existen más criterios, que tienen igual o mayor importancia que la fecha de nacimiento.

Disponemos, en la actualidad, de elementos teóricos y técnicos a partir de los "fuzzy sets" capaces de definir cosas y fenómenos mediante un número finito de criterios, sean estos de naturaleza objetiva o subjetiva.

Con esta base, hemos emprendido la tarea de preparar dos algoritmos que permiten asignar generaciones a centros de trabajo teniendo en cuenta los mismos criterios.

Los resultados obtenidos nos han permitido verificar la validez de los algoritmos en otros problemas tales como la violencia de género, la discriminación por raza, religión, nivel social, entre otras, solo con sencillas variantes.

Palabras clave:

Anciano, centro de trabajo, convivencia entre generaciones, edadismo, jubilación, vejez, algoritmo, arborescencia, asignación, borrosidad, digitalización, inteligencia artificial.

Introducción

La Esfinge era un ser viviente alado con cuerpo de león y cabeza y hombros de mujer que merodeaba por los alrededores de Tebas preguntando a los caminantes cuál era el animal que por la mañana tiene cuatro patas, dos al mediodía y tres por la noche. Quienes no daban respuesta a este acertijo eran devorados.

El hombre, por supuesto, era la respuesta correcta. Pero, hoy, la pregunta debería ser completada porque a estas tres fases que el humano sigue para los desplazamientos en sus edades, las únicas que se podían imaginar en la Grecia antigua, hoy en nuestra modernidad debemos añadir una cuarta.

Se trata de unos pies, esta vez redondos, que no son sino las ruedas de las sillas sobre las que muchos pasan los últimos años de sus vidas. A ellos se podrán añadir, además, otros dos pies, los del asistente que empujará nuestra silla, si no está motorizada, y si tenemos medios que nos lo puedan permitir.

Y, aún más, los japoneses, que parecen forman el pueblo más longevo de la tierra, han añadido toda una variedad de rodajes con robots a esa cuarta etapa de nuestras vidas que nos espera a todos los que tengamos la suerte de alcanzarla.

Aquí, en Europa, y especialmente en los países mediterráneos, nos puede parecer frio e inhumano que miles de japoneses tengan, ahora mismo, como asistencia y compañía a robots. Pero los expertos en robótica nipones suelen responder que a esos robots, muchas veces con forma humanoide, les ha sido previamente implementado un algoritmo elaborado por un humano que además de razonar también sabe imaginar, es decir, se trata de un ser inteligente.

Hoy podemos afirmar con satisfacción que en nuestra Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras de España, se han elaborado y publicado algoritmos humanistas, con base en la **Inteligencia Artificial** más que en la **Razón Artificial**.

En Japón la robótica avanzada también es utilizada para la cuarta edad, no solo para tareas de limpieza, sino como animales, máquinas de compañía. Parece lícito preguntarse, a este respecto, qué es mejor para cuidar de nuestra higiene cuando nosotros no podamos hacerlo: depender de una “maquina” o de alguien que solo nos asista por un salario.

Encontramos allí robots perritos, gatitos, pero también actores y payasos que están realizando una gran y humanitaria tarea acompañando a los ancianos en cientos de residencias japonesas.

Estamos hablando de Japón y no de Italia, España o Alemania, por ejemplo. ¿Por qué se impone allí y en cambio a nosotros nos cuesta aceptar siquiera la idea de que sea una máquina quien cuide a los mayores? Es cuestión de tiempo.

Por lo menos, esto es lo que se responde en Japón cuando se cuestiona su dependencia de la robótica: también la lavadora empezó siendo una idea descabellada, un robot superfluo, como el lavavajillas o la aspiradora. Sin embargo, hoy forman parte de nuestras vidas, como los robots cuidadores de ancianos de las suyas.

Son aceptados sin recelo por la población nipona porque la cultura japonesa ha cultivado la simpatía hacia los robots desde la infancia, entre otros medios con los dibujos animados como Doraemon o Mazinger, que ya todos estamos también viendo a través de nuestros hijos y nietos. También están presentes en las empresas, donde forman parte de un ambiente propicio al trabajo de cooperación humano-mecánico, que allí se cultiva.

Pasemos, en fin, al otro gran gigante asiático, que ya ha despertado y sigue en cierto modo los pasos de Japón a una velocidad creciente.

Recuerden a Kuka, la fábrica de robots alemana, aquella joya de la robótica europea, que fue la primera gran operación de compra que China se empeñó en realizar en la Unión Europea, aunque Bruselas consiguió frenarla "in extremis".

China, como Japón y como nosotros mismos los europeos, soportamos una demografía que hará, más bien pronto que tarde, que la jubilación a cualquier edad sea insostenible sin ayuda robótica.

Y, como siempre, nosotros intentaremos en este trabajo mostrar que nos hallamos ante la **oportunidad** donde otros solo ven el **problema** del envejecimiento. Y pondremos de manifiesto ante nuestros políticos la gran ocasión que representa la difícil situación actual para potenciar la colaboración intergeneracional.

Y es que, evidentemente, pensamos que la tecnología es una parte importante de la solución para mantener primero y potenciar después la prosperidad compartida. Pero también creemos que puede ser una eficaz ayuda para seguir desafiando a los límites que la genética y la evolución ha impuesto a nuestra naturaleza.

Sin embargo, los avances tecnológicos no son suficientes, también son necesarias medidas políticas y, en fin, de un cambio de valores que nos ayude a superar una vez más esos límites, a través del conocimiento.

Bases conceptuales para un algoritmo humanista

He insistido, cuando la oportunidad me lo ha permitido, en que el **edadismo** que sufrimos debe ser sustituido por la diversidad generacional y por una cultura de cooperación transgeneracional, para que tareas que exigen perfiles distintos puedan ser asignadas de manera eficaz a la generación que posea, a un nivel óptimo, las cualidades que para su realización se hayan establecido.

Veamos, a modo de ensayo, como un algoritmo humanista puede señalar el camino hacia la deseada colaboración entre generaciones.

Para ello vamos a considerar tres conjuntos:

$$E_1 = \{ G_1, G_2, \dots, G_m\}$$

$$E_2 = \{ T_1, T_2, \dots, T_p\}$$

$$E_3 = \{ C_1, C, \dots, C_n\}$$

En donde las G_i, $i = 1, 2, \dots, m$, representan cada una de las generaciones en las que se separa la vida laboral desde el inicio hasta la jubilación.

Las T_k, $k = 1, 2, \dots, p$, las tareas específicas que deben ser realizadas por cada una de las generaciones.

Finalmente, designamos C_j, $j = 1, 2, \dots, n$, a los criterios características, cualidades, … necesarias para la realización de las tareas T_k que deben poseer las generaciones G_i para realizar las tareas T_k

El objetivo del algoritmo que presentamos es obtener una **asignación optima** de cada generación G_i, $i = 1, 2, \dots, m$, a cada tarea T_k, $k = 1, 2, \dots, p$. De esta manera se consigue que cada tarea o puesto de trabajo sea realizado por quien o quienes posean la mejor aptitud para ello, **con independencia de su edad**, sexo, nacionalidad, …

Se acepta, como principio general, que tanto las generaciones como las tareas a realizar en cada puesto de trabajo pueden ser **descritas** mediante unos criterios, cualidades, características, …, que pueden tener un carácter objetivo y también subjetivo. Los primeros son ordenadamente numerables mediante **medidas**, los segundos mediante **valuaciones**.

Al amparo de la Fuzzy Sets Theory [1] vamos a elaborar el algoritmo partiendo de la descripción de generaciones y puestos de trabajo mediante subconjuntos borrosos. Los siguientes:

1.- Representación de las generaciones.

$$\begin{array}{cc|c|c|c|c|c|} & & C_1 & C_2 & C_3 & & C_n \\ \hline \underset{\sim}{G_1} & = & \mu_{11}^G & \mu_{12}^G & \mu_{13}^G & \cdots & \mu_{1n}^G \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cc|c|c|c|c|c|} & & C_1 & C_2 & C_3 & & C_n \\ \hline \underset{\sim}{G_2} & = & \mu_{21}^G & \mu_{22}^G & \mu_{23}^G & \cdots & \mu_{2n}^G \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \end{array}$$

$$\begin{array}{cc|c|c|c|c|c|} & & C_1 & C_2 & C_3 & & C_n \\ \hline \underset{\sim}{G_m} & = & \mu_{m1}^G & \mu_{m2}^G & \mu_{m3}^G & \cdots & \mu_{mn}^G \\ \hline \end{array}$$

En donde $\mu_{ij}^G \in [0,1]$, $i = 1,2,\dots,m; j = 1,2,\dots,n$

Para dar valores al intervalo [0,1] proponemos utilizar el sistema endecadario.

2.- Representación de los puestos de trabajo.

[1] Zadeh, L.: “Fuzzy Sets” Information and control, 8 de junio de 1965, pág. 338-353

$$\begin{array}{rcccccc} & & C_1 & C_2 & C_3 & & C_n \\ \underset{\sim}{T_1} & = & \mu^T_{11} & \mu^T_{12} & \mu^T_{13} & \cdots & \mu^T_{1n} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccccc} & & C_1 & C_2 & C_3 & & C_n \\ \underset{\sim}{T_2} & = & \mu^T_{21} & \mu^T_{22} & \mu^T_{23} & \cdots & \mu^T_{2n} \\ & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccccc} & & C_1 & C_2 & C_3 & & C_n \\ \underset{\sim}{T_P} & = & \mu^T_{P1} & \mu^T_{P2} & \mu^T_{P3} & \cdots & \mu^T_{Pn} \end{array}$$

En donde $\mu^G_{kj} \in [0,1]$, $k = 1,2,\dots,p; j = 1,2,\dots,n$

También para describir el grado o nivel de las tareas vamos a utilizar el sistema endecadario.

Por la propia naturaleza del tema planteado, pueden existir generaciones sin puestos de trabajo asignado, generaciones asignadas a más de un puesto de trabajo, pero en caso alguno será como consecuencia de una discriminación por edad, sino por no poseer en el grado o nivel exigido los criterios establecidos o por la falta de puestos de trabajo.

Elementos básicos para el tratamiento de las informaciones

Pasemos, ahora, al tratamiento de esas informaciones, teniendo en cuenta, recordémoslo, que algunas son objetivas (medidas) y otras subjetivas (valuaciones). En este sentido, nos referiremos en primer lugar al **operador de distancia**.

Una de las características destacadas de la noción de distancia, por ejemplo, entre el grado o nivel poseído de una cualidad y el exigido para ser útil en un puesto de trabajo, es la independencia de que sea menor el nivel poseído que el exigido o que suceda lo contrario. De ahí que sea cual fuere la fórmula elegida para su construcción, el "alejamiento" deberá ser expresado en su valor absoluto.

Se pueden elaborar muchos operadores de distancia. En este trabajo vamos a optar por el más simple, en el bien entendido que nuestro algoritmo continuaría siendo válido formalmente con cualquier otro, si se establece la justificación de su empleo. Nos referimos a la "distancia de Hamming".

Para hallar la distancia de Hamming, es decir, el grado de alejamiento entre las aptitudes de una generación y las exigencias para realizar las tareas en un puesto de trabajo, se hace los siguiente:

Se calcula para cada criterio o característica C_j, $j = 1,2,\dots,n$,(elemento del conjunto E_3):

$$d_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right) = \left|\mu_{ij}^G - \mu_{kj}^T\right|,$$

$$i = 1,2, \dots, m$$

$$j = 1,2, \dots, n$$

$$k = 1,2, \dots, p$$

Y para la totalidad de los criterios:

$$d\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right) = \sum_{j=1}^{n} \left|\mu_{ij}^G - \mu_{kj}^T\right|$$

$$i = 1,2, \dots, m$$

$$k = 1,2, \dots, p$$

La anterior expresión $d\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right)$ se denomina "distancia absoluta de Hamming" entre el subconjunto borroso $\underset{\sim}{G_i}$ (generación G_i) y el subconjunto borroso $\underset{\sim}{T_k}$ (puesto de trabajo T_k).

Puede suceder que para ciertas tareas de un puesto de trabajo e incluso puede suceder que para todas ellas, sea importante, negativamente, no llegar al grado o nivel deseado, pero que no tiene trascendencia poseer un grado o nivel superior. En este supuesto no es válido utilizar un operador de distancia. Se recomienda entonces el empleo de otros operadores. Entre ellos destacamos el "coeficiente de adecuación".

Se puede representar, también para cada criterio, característica, aptitud, …, (elementos del conjunto E_3) mediante la expresión:

$$f_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right) = 1 \wedge \left(1 - \mu_{kj}^T + \mu_{ij}^G\right)$$

$$i = 1,2, \dots, m$$

$$j = 1,2, \dots, n$$

$$k = 1,2, \dots, p$$

Cuando se consideran la totalidad de los criterios, cualidades, …, (todos los elementos del conjunto E_3), se tiene:

$$f\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right) = \sum_{j=1}^{n} \left[1 \wedge \left(1 - \mu_{kj}^T + \mu_{ij}^G\right)\right]$$

$$i = 1,2, \dots, m$$

$$k = 1,2, \dots, p$$

Operador denominado "coeficiente absoluto de adecuación".

No habrá escapado a la atención de los interesados en este tema que si bien en el caso de la utilización de los operadores de distancia las preferencias recaen, normalmente, en los valores más reducidos, en el coeficiente de adecuación son mejor apreciados los valores más elevados.

Tanto para la distancia de Hamming como para el coeficiente de adecuación, se pueden hallar los valores relativos que son los siguientes:

Distancia relativa de Hamming:

$$\delta\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right) = \frac{d\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right)}{n} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left|\mu_{ij}^{G} - \mu_{kj}^{T}\right|$$

$$i = 1,2,\ldots,m$$

$$k = 1,2,\ldots,p$$

Coeficiente de adecuación en términos relativos:

$$\varphi\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right) = \frac{f\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right)}{n} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left[1 \wedge \left(1 - \mu_{kj}^{T} + \mu_{ij}^{G}\right)\right]$$

A partir de las informaciones contenidas en los subconjuntos borrosos que describen las generaciones G_i, $i = 1,2,\ldots,m$ y las tareas T_k, $k = 1,2,\ldots,p$ se pueden hallar, pues, la totalidad de las distancias relativas de Hamming o, en su caso, los coeficientes de adecuación en términos relativos entre cada uno de los elementos que representan las distintas edades G_i, $i = 1,2,\ldots,m$ y cada uno de los elementos que definen los puesto de trabajo T_k, $k = 1,2,\ldots,p$. A efectos de operar conjuntamente con esos datos, vamos a reunirlos en las correspondientes matrices.

En el caso de la distancia de Hamming, la matriz de distancias, $\left[\underset{\sim}{V_1}\right]$, es:

$$\left[\underset{\sim}{V_1}\right] = \begin{array}{c|cccc|} & T_1 & T_2 & & T_p \\ \hline G_1 & \delta\left(\underset{\sim}{G_1}, \underset{\sim}{T_1}\right) & \delta\left(\underset{\sim}{G_1}, \underset{\sim}{T_2}\right) & \cdots & \delta\left(\underset{\sim}{G_1}, \underset{\sim}{T_p}\right) \\ G_2 & \delta\left(\underset{\sim}{G_2}, \underset{\sim}{T_1}\right) & \delta\left(\underset{\sim}{G_2}, \underset{\sim}{T_2}\right) & \cdots & \delta\left(\underset{\sim}{G_2}, \underset{\sim}{T_p}\right) \\ & \vdots & \vdots & & \vdots \\ G_m & \delta\left(\underset{\sim}{G_m}, \underset{\sim}{T_1}\right) & \delta\left(\underset{\sim}{G_m}, \underset{\sim}{T_2}\right) & \cdots & \delta\left(\underset{\sim}{G_m}, \underset{\sim}{T_p}\right) \\ \hline \end{array}$$

Resulta inmediato pasar de una matriz borrosa de distancias a una matriz borrosa de acercamientos. Basta con obtener su complemento a la unidad:

$$
\left[\underset{\sim}{\overline{V}_1}\right] =
\begin{array}{c|c|c|c|c|}
\Rsh & T_1 & T_2 & & T_p \\
G_1 & 1-\delta\left(\underset{\sim}{G_1},\underset{\sim}{T_1}\right) & 1-\delta\left(\underset{\sim}{G_1},\underset{\sim}{T_2}\right) & \cdots & 1-\delta\left(\underset{\sim}{G_1},\underset{\sim}{T_p}\right) \\
G_2 & 1-\delta\left(\underset{\sim}{G_2},\underset{\sim}{T_1}\right) & 1-\delta\left(\underset{\sim}{G_2},\underset{\sim}{T_2}\right) & \cdots & 1-\delta\left(\underset{\sim}{G_2},\underset{\sim}{T_p}\right) \\
 & \vdots & \vdots & & \vdots \\
G_m & 1-\delta\left(\underset{\sim}{G_m},\underset{\sim}{T_1}\right) & 1-\delta\left(\underset{\sim}{G_m},\underset{\sim}{T_2}\right) & \cdots & 1-\delta\left(\underset{\sim}{G_m},\underset{\sim}{T_p}\right)
\end{array}
$$

En el supuesto de utilizar el coeficiente de adecuación la matriz borrosa de acercamiento se obtiene en primera estancia. La llamaremos $\left[\underset{\sim}{\overline{V}_2}\right]$ y se representa de esta manera:

$$
\left[\underset{\sim}{\overline{V}_2}\right] =
\begin{array}{c|c|c|c|c|}
\Rsh & T_1 & T_2 & & T_p \\
G_1 & \varphi\left(\underset{\sim}{G_1},\underset{\sim}{T_1}\right) & \varphi\left(\underset{\sim}{G_1},\underset{\sim}{T_2}\right) & \cdots & \varphi\left(\underset{\sim}{G_1},\underset{\sim}{T_p}\right) \\
G_2 & \varphi\left(\underset{\sim}{G_2},\underset{\sim}{T_1}\right) & \varphi\left(\underset{\sim}{G_2},\underset{\sim}{T_2}\right) & \cdots & \varphi\left(\underset{\sim}{G_2},\underset{\sim}{T_p}\right) \\
 & \vdots & \vdots & & \vdots \\
G_m & \varphi\left(\underset{\sim}{G_m},\underset{\sim}{T_1}\right) & \varphi\left(\underset{\sim}{G_m},\underset{\sim}{T_2}\right) & \cdots & \varphi\left(\underset{\sim}{G_m},\underset{\sim}{T_p}\right)
\end{array}
$$

En este caso no procede realizar la complementación a la unidad, habida cuenta que la matriz $\left[\underset{\sim}{\overline{V}_2}\right]$ es ya una matriz de acercamiento.

Los primeros pasos para la asignación de generaciones

Para el tratamiento de las matrices $\left[\underset{\sim}{\overline{V}_1}\right]$ y $\left[\underset{\sim}{\overline{V}_2}\right]$ se dispone de varios algoritmos, entre los cuales se encuentran el “Algoritmo de asignación por eliminación de filas y columnas”, el “Algoritmo de König”, el “Algoritmo húngaro” y el “Algoritmo de Branch and Bound” para la asignación. Todos ellos se encuentran descritos en formulación general y en ejemplos numéricos en la obra “Elements for a Theory of Decision in Uncertainty”[2], por lo que en este trabajo nos limitaremos a reproducir la utilización numérica de una de ellas, en el bien entendido que cualquiera de los otros algoritmos es válido, a condición de realizar las oportunas adaptaciones.

[2] Gil Aluja, J.: “Elements for a Theory of Decision in Uncertainty”. Kluber Academic Publishers. Dordrecht 1999, págs. 125-181. (ISBN: 0-7923-5987-9).

Hemos escogido el algoritmo de asignación por eliminación de filas y columnas por su carácter intuitivo, aun cuando no siempre conduce al resultado óptimo en el sentido estricto del término, pero en todo caso proporciona un buen resultado.

En la aplicación que nos ocupa, muy resumida, se parte de la existencia de un conjunto de 4 generaciones, que cubren el espacio temporal que se extiende desde el inicio de la edad laboral hasta la jubilación:

$$E_1 = \{ G_1, G_2, G_3, G_4\}$$

de un conjunto de 3 puestos de trabajo

$$E_2 = \{ T_1, T_2, T_3\}$$

Y de un conjunto de 5 criterios, características, cualidades, singularidades que las generaciones deben poseer a un cierto grado o nivel para poder ocupar adecuadamente cada puesto de trabaj

$$E_3 = \{ C_1, C_2 , C_3, C_4 , C_5 \}$$

Tras la consulta con los expertos sobre la materia, se han elaborado los subconjuntos borrosos que describen a las 4 generaciones y a los 3 puestos de trabajo, a partir del grado o nivel **poseído por** las generaciones y **necesario** para la realización de las tareas de cada puesto de trabajo.

Para establecer el nivel o grado en [0,1] se utiliza el sistema endecadario (once valores: 0, 0.1, 0.2, …,0.9, 1).

Descripción de las generaciones

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
$\underset{\sim}{G_1}$ =	0.7	0.4	0.8	0.2	0.9

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
$\underset{\sim}{G_2}$ =	0.3	0.6	0.9	0.4	0.6

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
$\underset{\sim}{G_3}$ =	0.5	0.8	0.7	0.6	0.8

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
$\underset{\sim}{G_4}$ =	0.9	0.3	0.8	0.9	0.4

Descripción de los puestos de trabajo

		C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
$\underset{\sim}{T_1}$	=	0.6	0.8	0.9	0.7	0.6

		C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
$\underset{\sim}{T_2}$	=	0.9	0.4	0.6	0.8	0.5

		C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
$\underset{\sim}{T_3}$	=	0.7	0.5	0.7	0.3	0.8

Una vez halladas estas informaciones se procede al análisis de las tareas relativas a cada uno de los 3 puestos de trabajo para determinar si tan malo es poseer un grado o nivel más bajo del requerido que tenerlo más alto o bien no importa sobrepasar el nivel exigido. En el primer caso se adaptaría la noción de distancia para establecer el "acercamiento" de la **capacidad** a la **necesidad**, y en el segundo el coeficiente de adecuación. Vamos a ver los dos supuestos.

La asignación a partir de la noción de distancia

En el caso de las distancias, hemos elegido la distancia de Hamming y las distancias son:

$\delta(G_1, T_1) = \frac{1}{5}(|0.7-0.6| + |0.4-0.8| + |0.8-0.9| + |0.2-0.7| + |0.9-0.6|) = \frac{1.4}{5} = 0.28$

$\delta(G_1, T_2) = \frac{1}{5}(|0.7-0.9| + |0.4-0.4| + |0.8-0.6| + |0.2-0.8| + |0.9-0.5|) = \frac{1.4}{5} = 0.28$

$\delta(G_1, T_3) = \frac{1}{5}(|0.7-0.7| + |0.4-0.5| + |0.8-0.7| + |0.2-0.3| + |0.9-0.8|) = \frac{0.4}{5} = 0.08$

$\delta(G_2, T_1) = \frac{0.8}{5} = 0.16$ $\quad \delta(G_2, T_2) = \frac{0.16}{5} = 0.32$ $\quad \delta(G_2, T_3) = \frac{1}{5} = 0.20$

$\delta(G_3, T_1) = \frac{0.6}{5} = 0.12$ $\quad \delta(G_3, T_2) = \frac{1.4}{5} = 0.28$ $\quad \delta(G_3, T_3) = \frac{0.8}{5} = 0.16$

$\delta(G_4, T_1) = \frac{1.3}{5} = 0.26$ $\quad \delta(G_4, T_2) = \frac{0.5}{5} = 0.10$ $\quad \delta(G_4, T_3) = \frac{1.5}{5} = 0.30$

Se reúnen estas distancias relativas en una matriz borrosa $\left[\underset{\sim}{V_1}\right]$, la siguiente:

$\left[\underset{\sim}{V_1}\right] =$

	T_1	T_2	T_3
G_1	0.28	0.28	0.08
G_2	0.16	0.32	0.20
G_3	0.12	0.28	0.16
G_4	0.26	0.10	0.30

Se transforma esta matriz de "alejamiento" en una matriz de "acercamiento" $\left[\underset{\sim}{\overline{V}_1}\right]$:

$\left[\underset{\sim}{\overline{V}_1}\right] =$

	T_1	T_2	T_3
G_1	0.72	0.72	0.92
G_2	0.84	0.68	0.80
G_3	0.88	0.72	0.84
G_4	0.74	0.90	0.70

A partir de esta matriz borrosa de acercamiento, hallada a través de la noción de distancia vamos a utilizar el algoritmo de asignación por eliminación de filas y columnas.

Los pasos o etapas a seguir son:

1.- Buscar el elemento de la matriz borrosa de acercamiento $\left[\underset{\sim}{\overline{V}_1}\right]$ más elevado. Se trata del elemento (G_1, T_3)

2.- Este elemento determina por su fila y columna a las que pertenece, el elemento del conjunto E_1 que se asigna al elemento del conjunto E_2.

En nuestro caso corresponde a la asignación de la generación G_1 al puesto de trabajo T_3 con un acercamiento de 0.92.

3.- Eliminar de la matriz la fila y la columna del elemento (G_1,T_3). Se tiene una matriz de orden inferior, la siguiente relación borrosa:

	T_1	T_2
G_2	0.84	0.68
G_3	0.88	0.72
G_4	0.74	0.90

4.- Se inicia de nuevo el procedimiento con esta matriz de orden inferior, buscando el elemento cuyo valor es más elevado.

Es el que corresponde al elemento (G_4,T_2) con un valor de 0.90.

5.- Este elemento corresponde a la fila G_4 y a la columna T_2.

Se asigna, entonces, la generación G_4 al puesto de trabajo T_2.

6.- Eliminamos la fila G_4 y la columna T_2. Se tiene la matriz:

	T_1
G_2	0.84
G_3	0.88

7.- Como el mayor valor de esta nueva matriz es 0.88 y corresponde a la fila G_3 y a la columna T_1, se asigna la generación G_3 al puesto de trabajo T_1.

8.- El elemento G_2 del conjunto T_1 queda sin asignar.

Las asignaciones son las siguientes:

$$G_1 \rightarrow T_3$$

$$G_2 \rightarrow Sin\ asignación$$

$$G_3 \rightarrow T_1$$

$$G_4 \rightarrow T_2$$

En ciertos casos puede ser útil hallar el llamado "grado o nivel total de idoneidad". Para ello se acostumbra a sumar los grados o los niveles de acercamiento. En nuestro caso sería:

$$Q_d = 0.92 + 0.90 + 0.88 = 2.70$$

La asignación a partir del coeficiente de adecuación

Si el problema de asignación queda mejor representado formalmente mediante el **coeficiente de adecuación**, se toman como inicio del procedimiento de cálculo la matriz $\left[\underset{\sim}{V_2}\right]$, los mismos descriptores de las generaciones y de los puestos de trabajo (subconjuntos borrosos) que en la anterior utilización de distancias. Son los siguientes:

$$\varphi(G_1,T_1) = \frac{1}{5}([1\wedge(1-0.6+0.7)] + [1\wedge(1-0.8+0.4)] + [1\wedge(1-0.9+0.8)] + [1\wedge(1-0.7+0.2)] + [1\wedge(1-0.6+0.9)]) = \frac{4}{5} = 0.80$$

$$\varphi(G_1,T_2) = \frac{1}{5}([1\wedge(1-0.9+0.7)] + [1\wedge(1-0.4+0.4)] + [1\wedge(1-0.6+0.8)] + [1\wedge(1-0.8+0.2)] + [1\wedge(1-0.5+0.9)]) = \frac{4.2}{5} = 0.84$$

$$\varphi(G_1,T_3) = \frac{1}{5}([1\wedge(1-0.7+0.7)] + [1\wedge(1-0.5+0.4)] + [1\wedge(1-0.7+0.8)] + [1\wedge(1-0.3+0.2)] + [1\wedge(1-0.8+0.9)]) = \frac{4.8}{5} = 0.96$$

$$\varphi(G_1,T_1) = \frac{1}{5}([1\wedge(1-0.6+0.7)] + [1\wedge(1-0.8+0.4)] + [1\wedge(1-0.9+0.8)] + [1\wedge(1-0.7+0.2)] + [1\wedge(1-0.6+0.9)]) = \frac{4}{5} = 0.80$$

$\varphi(G_2,T_1) = \frac{4.2}{5} = 0.84$ $\varphi(G_2,T_2) = \frac{4}{5} = 0.80$ $\varphi(G_2,T_3) = \frac{4.4}{5} = 0.88$

$\varphi(G_3,T_1) = \frac{4.8}{5} = 0.96$ $\varphi(G_3,T_2) = \frac{4.4}{5} = 0.88$ $\varphi(G_3,T_3) = \frac{4.8}{5} = 0.96$

$\varphi(G_4,T_1) = \frac{4.3}{5} = 0.86$ $\varphi(G_4,T_2) = \frac{4.8}{5} = 0.96$ $\varphi(G_4,T_3) = \frac{4.4}{5} = 0.88$

Se forma entonces la matriz $\left[\underset{\sim}{V_2}\right]$:

$\left[\underset{\sim}{V_2}\right] =$

	T_1	T_2	T_3
G_1	0.80	0.84	0.96
G_2	0.84	0.80	0.88
G_3	0.96	0.88.	0.96
G_4	0.86	0.96	0.88

A partir de esta nueva matriz $\left[\underset{\sim}{V_2}\right]$ el procedimiento a seguir pasa por las mismas fases en el caso de aceptar la noción de distancia.

1.- Búsqueda del elemento de la matriz con el valor más elevado.

Existen en nuestra aplicación numérica cuatro con un valor 0.96, lo que comportaría las siguientes asignaciones:

-. La generación G_1 se puede asignar al puesto de trabajo T_3.

-. La generación G_3 se puede asignar a los puestos de trabajo T_1 y T_3.

-. La generación G_4 se asigna al puesto de trabajo T_2.

Observamos que, en un caso como el que describimos, la única asignación precisa es la de la generación G_4 al puesto de trabajo T_2. El hecho de que la generación G_3 se pueda asignar al puesto de trabajo T_1 o bien al T_3 da lugar a dos soluciones globales distintas:

a) Si se hace la asignación $G_3 \rightarrow T_1$, se puede establecer la asignación $G_1 \rightarrow T_3$ y $G_4 \rightarrow T_2$, con lo que la única generación a la que no se asigna trabajo alguno es la G_2. Esta, acostumbra a ser la decisión habitual en estos casos:

$$G_1 \rightarrow T_3$$

$$G_2 \rightarrow Sin\ asignación$$

$$G_3 \rightarrow T_1$$

$$G_4 \rightarrow T_2$$

b) El coeficiente de adecuación en esta alternativa es:

$$Q = 0.96 + 0.96 + 0.96 = 2.88$$

En cambio, si se escogiera la asignación $G_3 \rightarrow T_3$, al quedar cubierto el puesto de trabajo T_3 impediría la asignación $G_1 \rightarrow T_3$ con lo que también quedaría G_1 sin asignar teniendo la capacidad de ocupar un puesto de trabajo.

Las asignaciones serían, entonces:

$$G_1 \rightarrow Sin\ asignación$$

$$G_2 \rightarrow Sin\ asignación$$

$$G_3 \rightarrow T_3$$

$$G_4 \rightarrow T_2$$

En esta alternativa el coeficiente de adecuación sería:

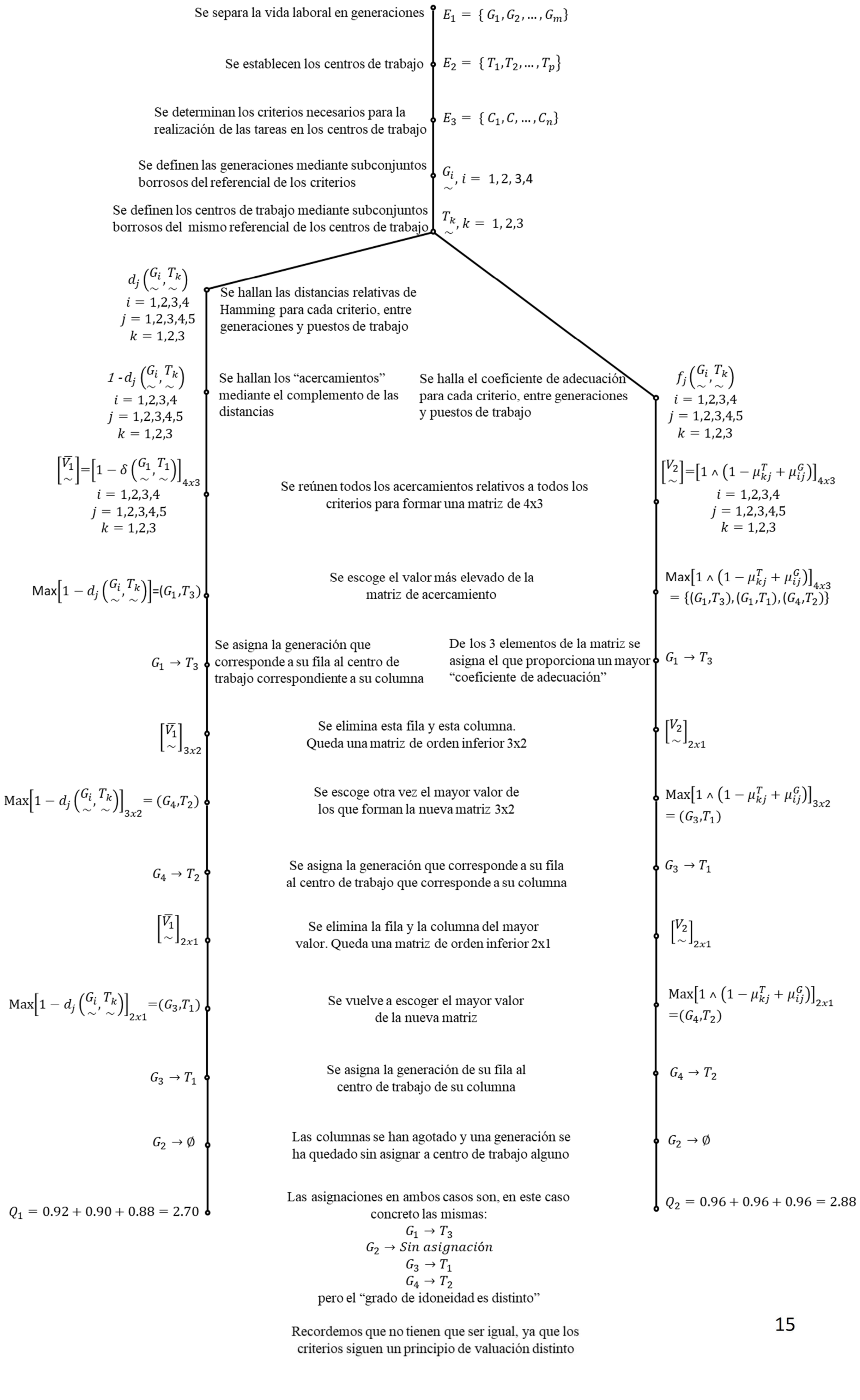
$$Q_d = 0.96 + 0.96 = 1.92$$

evidentemente inferior.

Esta alternativa carecería de sentido si en la decisión no hubieran intervenido otros criterios no considerados en el conjunto $E_3 = \{ C_1, C, \dots, C_n\}$.

Las fases del algoritmo a través de una representación reticular

Para una mayor facilidad para la construcción de un algoritmo expresado en forma digital, presentamos el procedimiento de cálculo mediante el siguiente esquema:


Se separa la vida laboral en generaciones
$E_1 = \{ G_1, G_2, \dots, G_m\}$
Se establecen los centros de trabajo
$E_2 = \{ T_1, T_2, \dots, T_p\}$
Se determinan los criterios necesarios para la realización de las tareas en los centros de trabajo
$E_3 = \{ C_1, C, \dots, C_n\}$
Se definen las generaciones mediante subconjuntos borrosos del referencial de los criterios
$\underset{\sim}{G_i}$, $i = 1, 2, 3,4$
Se definen los centros de trabajo mediante subconjuntos borrosos del mismo referencial de los centros de trabajo
$\underset{\sim}{T_k}$, $k = 1, 2,3$
$d_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right)$ $i = 1,2,3,4$ $j = 1,2,3,4,5$ $k = 1,2,3$
Se hallan las distancias relativas de Hamming para cada criterio, entre generaciones y puestos de trabajo
$1 - d_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right)$ $i = 1,2,3,4$ $j = 1,2,3,4,5$ $k = 1,2,3$
Se hallan los "acercamientos" mediante el complemento de las distancias
Se halla el coeficiente de adecuación para cada criterio, entre generaciones y puestos de trabajo
$f_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right)$ $i = 1,2,3,4$ $j = 1,2,3,4,5$ $k = 1,2,3$
$\left[\underset{\sim}{\bar{V_1}}\right] = \left[1 - \delta\left(\underset{\sim}{G_1}, \underset{\sim}{T_1}\right)\right]_{4x3}$ $i = 1,2,3,4$ $j = 1,2,3,4,5$ $k = 1,2,3$
Se reúnen todos los acercamientos relativos a todos los criterios para formar una matriz de 4x3
$\left[\underset{\sim}{V_2}\right] = \left[1 \wedge \left(1 - \mu_{kj}^T + \mu_{ij}^G\right)\right]_{4x3}$ $i = 1,2,3,4$ $j = 1,2,3,4,5$ $k = 1,2,3$
$\text{Max}\left[1 - d_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right)\right] = (G_1, T_3)$
Se escoge el valor más elevado de la matriz de acercamiento
$\text{Max}\left[1 \wedge \left(1 - \mu_{kj}^T + \mu_{ij}^G\right)\right]_{4x3} = \{(G_1, T_3), (G_1, T_1), (G_4, T_2)\}$
$G_1 \rightarrow T_3$
Se asigna la generación que corresponde a su fila al centro de trabajo correspondiente a su columna
De los 3 elementos de la matriz se asigna el que proporciona un mayor "coeficiente de adecuación"
$G_1 \rightarrow T_3$
$\left[\underset{\sim}{\bar{V_1}}\right]_{3x2}$
Se elimina esta fila y esta columna. Queda una matriz de orden inferior 3x2
$\left[\underset{\sim}{V_2}\right]_{2x1}$
$\text{Max}\left[1 - d_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right)\right]_{3x2} = (G_4, T_2)$
Se escoge otra vez el mayor valor de los que forman la nueva matriz 3x2
$\text{Max}\left[1 \wedge \left(1 - \mu_{kj}^T + \mu_{ij}^G\right)\right]_{3x2} = (G_3, T_1)$
$G_4 \rightarrow T_2$
Se asigna la generación que corresponde a su fila al centro de trabajo que corresponde a su columna
$G_3 \rightarrow T_1$
$\left[\underset{\sim}{\bar{V_1}}\right]_{2x1}$
Se elimina la fila y la columna del mayor valor. Queda una matriz de orden inferior 2x1
$\left[\underset{\sim}{V_2}\right]_{2x1}$
$\text{Max}\left[1 - d_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right)\right]_{2x1} = (G_3, T_1)$
Se vuelve a escoger el mayor valor de la nueva matriz
$\text{Max}\left[1 \wedge \left(1 - \mu_{kj}^T + \mu_{ij}^G\right)\right]_{2x1} = (G_4, T_2)$
$G_3 \rightarrow T_1$
Se asigna la generación de su fila al centro de trabajo de su columna
$G_4 \rightarrow T_2$
$G_2 \rightarrow \emptyset$
Las columnas se han agotado y una generación se ha quedado sin asignar a centro de trabajo alguno
$G_2 \rightarrow \emptyset$
$Q_1 = 0.92 + 0.90 + 0.88 = 2.70$
Las asignaciones en ambos casos son, en este caso concreto las mismas:
$G_1 \rightarrow T_3$
$G_2 \rightarrow Sin\ asignación$
$G_3 \rightarrow T_1$
$G_4 \rightarrow T_2$
pero el "grado de idoneidad es distinto"
$Q_2 = 0.96 + 0.96 + 0.96 = 2.88$
Recordemos que no tienen que ser igual, ya que los criterios siguen un principio de valuación distinto

Una generalización del algoritmo mediante la incorporación de la importancia relativa de los criterios

Vamos a dar solución o, por lo menos, mitigar este problema buscando en el camino que nos ha sacado de aprietos en otras ocasiones: **generalizando el algoritmo**.

Nos proporciona un buen pie para ello, la naturaleza del conjunto $E_3 = \{ C_1, C_2, \dots, C_p\}$ de criterios, cualidades, aptitudes…

De manera expresa o tácita se acepta, en las dos variantes anteriores del procedimiento expuesto, que todos los criterios, cualidades, …, tienen la misma importancia a efectos de la asignación.

La realidad no es así, de manera que cada criterio, característica, cualidad, …, C_j, $j = 1, 2, \dots, n$ tiene un nivel o grado de importancia distinto para cada uno de los centros de trabajo T_k, $k = 1, 2, \dots, p$.

Se trata, pues, de incorporar en el proceso el grado o nivel de importancia de cada elemento del conjunto E_3. Para ello, sea cual sea el segmento de reales escogido, siempre podrá ser convertido en los valores normalizados del segmento [0,1]. De tal manera que si se llama π_{jk} a estos valores, deberán ser para cada T_k, $k = 1,2,\dots,p$:

$$\pi_{jk} \in [0,1],$$

$$\sum_{j=1}^{n} \pi_{jk} = 1$$

$$j = 1,2,\dots,n$$

$$k = 1,2,\dots,p$$

Dispondremos, entonces, de una matriz de “pesos” (grado o nivel de importancia) que designamos por $[\underset{\sim}{P}]$:

$$[\underset{\sim}{P}] = \begin{array}{c|cccc} & T_1 & T_2 & & T_p \\ \hline C_1 & \pi_{11} & \pi_{12} & \cdots & \pi_{1p} \\ C_2 & \pi_{21} & \pi_{22} & \cdots & \pi_{2p} \\ & \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_n & \pi_{n1} & \pi_{n2} & \cdots & \pi_{np} \end{array}$$

En donde:

$$\sum_{j=1}^{n} \pi_{jk} = 1$$

$$k = 1,2,\dots,p$$

En este ensayo numérico hemos establecido para cada puesto de trabajo T_k, $k = 1,2,3$ unos pesos que cumplan los requisitos exigidos:

$$\pi_{jk} \in [0,1]$$

$$j = 1,2,..,5$$

$$k = 1,2,3$$

Presentados mediante los vectores siguientes, son:

	T_1		T_2		T_3
C_1	1	C_1	0.6	C_1	0.9
C_2	0.3	C_2	0.9	C_2	0.7
C_3	0.8	C_3	1	C_3	0.4
C_4	0.7	C_4	0.5	C_4	0.6
C_5	0.2	C_5	1	C_5	0.4

Procedemos a su normalización para que:

$$\sum_{j=1}^{5} \pi_{jk} = 1$$

$$j = 1,2,..,5$$

$$k = 1,2,3$$

Los vectores normalizados son:

	T_1		T_2		T_3
C_1	0.33	C_1	0.15	C_1	0.30
C_2	0.10	C_2	0.23	C_2	0.24
C_3	0.27	C_3	0.25	C_3	0.13
C_4	0.23	C_4	0.12	C_4	0.20
C_5	0.07	C_5	0.25	C_5	0.13

Formamos la matriz borrosa de pesos:

$$
[\underset{\sim}{P}] = \begin{array}{c} \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{array} \begin{array}{ccc} T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline 0.33 & 0.15 & 0.30 \\ 0.10 & 0.23 & 0.24 \\ 0.27 & 0.25 & 0.13 \\ 0.23 & 0.12 & 0.20 \\ 0.07 & 0.25 & 0.13 \end{array}
$$

Cada elemento de esta matriz representa el grado de importancia relativa de cada criterio, característica, …, necesario para realizar adecuadamente las tareas de cada centro de trabajo.

Nos hallamos en disposición de reiniciar nuestro procedimiento de cálculo para la asignación teniendo en cuenta la importancia relativa de cada **criterio**, característica, …, para cada centro de trabajo.

A.- Escogemos el concepto de distancia.

En primer lugar, tomamos en consideración las distancias entre los grados o niveles poseídos por **cada generación** y los exigidos para **cada uno de los centros de trabajo**:

$$d_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right) = |\mu_{ij}^G - \mu_{kj}^T|,$$

$$i = 1,2,3,4$$

$$j = 1,2,3,4,5$$

$$k = 1,2,3$$

En nuestro caso se tiene:

Para la generación G_1 en relación con el centro de trabajo T_1 y cada uno de los criterios:

$|\mu_{11}^G - \mu_{11}^T| = |0.7 - 0.6| = 0.1;$ $|\mu_{12}^G - \mu_{12}^T| = |0.4 - 0.8| = 0.4;$

$|\mu_{13}^G - \mu_{13}^T| = |0.8 - 0.9| = 0.1;$ $|\mu_{14}^G - \mu_{14}^T| = |0.2 - 0.7| = 0.5;$

$|\mu_{15}^G - \mu_{15}^T| = |0.9 - 0.6| = 0.3$

Para la generación G_1 en relación con el centro de trabajo T_2 y cada uno de los criterios:

$|\mu_{21}^G - \mu_{21}^T| = |0.7 - 0.9| = 0.2;$ $|\mu_{22}^G - \mu_{22}^T| = |0.4 - 0.4| = 0;$

$|\mu_{23}^G - \mu_{23}^T| = |0.8 - 0.6| = 0.2;$ $|\mu_{24}^G - \mu_{24}^T| = |0.2 - 0.8| = 0.6;$

$|\mu_{25}^G - \mu_{25}^T| = |0.9 - 0.5| = 0.4$

Para la generación G_1 en relación con el centro de trabajo T_3 y cada uno de los criterios:

$|\mu_{31}^{G} - \mu_{31}^{T}| = |0.7 - 0.7| = 0$; $\quad |\mu_{32}^{G} - \mu_{32}^{T}| = |0.4 - 0.5| = 0.1$;

$|\mu_{33}^{G} - \mu_{33}^{T}| = |0.8 - 0.7| = 0.1$; $\quad |\mu_{34}^{G} - \mu_{34}^{T}| = |0.2 - 0.3| = 0.1$;

$|\mu_{35}^{G} - \mu_{35}^{T}| = |0.9 - 0.8| = 0.1$

Se reúnen estas informaciones relativas a la generación G_1 en relación con los centros de trabajo T_1, T_2 y T_3 en la siguiente matriz $\left[\underset{\sim}{G_1^T}\right]$:

$\left[\underset{\sim}{G_1^T}\right] =$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
T_1	0.1	0.4	0.1	0.5	0.3
T_2	0.2	0	0.2	0.6	0.4
T_3	0	0.1	0.1	0.1	0.1

Siguiendo el mismo proceso se obtienen las matrices para las generaciones G_2 , G_3 y G_4 siguientes:

$\left[\underset{\sim}{G_2^T}\right] =$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
T_1	0.3	0.2	0	0.3	0
T_2	0.6	0.2	0.3	0.4	0.1
T_3	0.4	0.1	0.2	0.1	0.2

$\left[\underset{\sim}{G_3^T}\right] =$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
T_1	0.1	0	0.2	0.1	0.2
T_2	0.4	0.4	0.1	0.2	0.3
T_3	0.2	0.3	0	0.3	0

$\left[\underset{\sim}{G_4^T}\right] =$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
T_1	0.3	0.5	0.1	0.2	0.2
T_2	0	0.1	0.2	0.1	0.1
T_3	0.2	0.2	0.1	0.6	0.4

Al tratarse de distancias, es decir de alejamientos, procede convertirlas en acercamientos. Lo hacemos mediante su complementación. Hallamos:

$\left[\overline{\underset{\sim}{G_1^T}}\right] =$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
T_1	0.9	0.6	0.9	0.5	0.7
T_2	0.8	1	0.8	0.4	0.6
T_3	1	0.9	0.9	0.9	0.9

$\left[\overline{\underset{\sim}{G_2^T}}\right] =$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
T_1	0.7	0.8	1	0.7	1
T_2	0.4	0.8	0.7	0.6	0.9
T_3	0.6	0.9	0.8	0.9	0.8

$\left[\overline{\underset{\sim}{G_3^T}}\right] =$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
T_1	0.9	1	0.8	0.9	0.8
T_2	0.6	0.6	0.9	0.8	0.7
T_3	0.8	0.7	1	0.7	1

$\left[\overline{\underset{\sim}{G_4^T}}\right] =$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
T_1	07	0.5	0.9	0.8	0.8
T_2	1	0.9	0.8	0.9	0.9
T_3	0.8	0.8	0.9	0.4	0.6

Conocidos los “acercamientos” para cada generación de cada grado o nivel de los criterios, características, …, poseídos, con los exigidos para cada puesto de trabajo, así como la importancia relativa de cada criterio, características, …, nos hallamos en disposición de emprender el cálculo que conduzca a la obtención de la matriz borrosa de acercamiento, que permitirá la asignación deseada.

Para ello, vamos a utilizar el operador de convolución suma-producto que, a nuestro entender, representa un criterio de opción adecuado al contexto que hemos presentado.

Haremos, entonces, las convoluciones:

$$\left[\underset{\sim}{\overline{G_i^T}}\right] * \left[\underset{\sim}{P}\right]$$

$$i = 1,2,3,4$$

En donde * representa el operador suma-producto. Se tendrá:

Para la generación G_1:

$$\left[\underset{\sim}{\overline{G_1^T}}\right] * \left[\underset{\sim}{P}\right] = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 0.9 & 0.6 & 0.9 & 0.5 & 0.7 \\ 0.8 & 1 & 0.8 & 0.4 & 0.6 \\ 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \end{bmatrix} \end{array} * \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} T_1 & T_2 & T_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{array} & \begin{bmatrix} 0.33 & 0.15 & 0.30 \\ 0.10 & 0.23 & 0.24 \\ 0.27 & 0.25 & 0.13 \\ 0.23 & 0.12 & 0.20 \\ 0.07 & 0.25 & 0.13 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} T_1 & T_2 & T_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.764 & 0.748 & 0.930 \end{bmatrix} \end{array}$$

Para la generación G_2:

$$\left[\underset{\sim}{\overline{G_2^T}}\right] * \left[\underset{\sim}{P}\right] = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 0.7 & 0.8 & 1 & 0.7 & 1 \\ 0.4 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.9 \\ 0.6 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 \end{bmatrix} \end{array} * \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} T_1 & T_2 & T_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{array} & \begin{bmatrix} 0.33 & 0.15 & 0.30 \\ 0.10 & 0.23 & 0.24 \\ 0.27 & 0.25 & 0.13 \\ 0.23 & 0.12 & 0.20 \\ 0.07 & 0.25 & 0.13 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} T_1 & T_2 & T_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.812 & 0.716 & 0.784 \end{bmatrix} \end{array}$$

Para la generación G_3:

$$\left[\underset{\sim}{\overline{G_3^T}}\right] * \left[\underset{\sim}{P}\right] = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.8 \\ 0.6 & 0.6 & 0.9 & 0.8 & 0.7 \\ 0.8 & 0.7 & 1 & 0.7 & 1 \end{bmatrix} \end{array} * \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} T_1 & T_2 & T_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{array} & \begin{bmatrix} 0.33 & 0.15 & 0.30 \\ 0.10 & 0.23 & 0.24 \\ 0.27 & 0.25 & 0.13 \\ 0.23 & 0.12 & 0.20 \\ 0.07 & 0.25 & 0.13 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} T_1 & T_2 & T_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.876 & 0.724 & 0.808 \end{bmatrix} \end{array}$$

Para la generación G_4:

$$\left[\underset{\sim}{G_4^T}\right] * \left[\underset{\sim}{P}\right] = \begin{array}{c|ccccc|} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \\ \hline T_1 & 07 & 0.5 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ T_2 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 \\ T_3 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.4 & 0.6 \\ \hline \end{array} * \begin{array}{c|ccc|} & T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline C_1 & 0.33 & 0.15 & 0.30 \\ C_2 & 0.10 & 0.23 & 0.24 \\ C_3 & 0.27 & 0.25 & 0.13 \\ C_4 & 0.23 & 0.12 & 0.20 \\ C_5 & 0.07 & 0.25 & 0.13 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|ccc|} T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline 0.764 & 0.890 & 0.707 \\ \hline \end{array}$$

La matriz que representa las relaciones de acercamiento a partir de la noción de distancia es:

$$\left[\underset{\sim}{Q_d}\right] = \begin{array}{c|ccc|} & T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline G_1 & 0.764 & 0.748 & 0.930 \\ G_2 & 0.812 & 0.716 & 0.784 \\ G_3 & 0.876 & 0.724 & 0.808 \\ G_4 & 0.764 & 0.890 & 0.707 \\ \hline \end{array}$$

A partir de esta matriz se siguen las mismas fases que en el procedimiento de cálculo anterior, cuando también habíamos optado por el concepto de distancia y utilizado el complemento a la unidad para llegar al "acercamiento".

1) Se escoge el valor más elevado de la matriz. Es: 0.930
2) La fila y la columna a las que pertenece este valor son: fila G_1 , columna T_3
3) Se asigna la generación G_1al puesto de trabajo T_3: $G_1 \rightarrow T_3$
4) Se elimina la fila G_1 y la columna T_3 y queda la matriz de orden inferior:

	T_1	T_2
G_2	0.812	0.716
G_3	0.876	0.724
G_4	0.764	0.890

5) Se repite con esta matriz el mismo procedimiento, escogiendo el valor más elevado. Es: 0.890.
6) La fila y la columna a las que pertenece este valor son: fila G_4 y columna T_2.
7) Se asigna la generación G_4 al puesto de trabajo T_2: $G_4 \rightarrow T_2$
8) Se elimina la fila G_4 y la columna T_2 y queda la matriz de orden inferior:

	T_1
G_2	0.812
G_3	0.876

9) El mayor valor entre los elementos de esta matriz es 0.876
10) La fila y la columna a las que pertenece este valor son: fila G_3 y columna T_1.
11) Se asigna la generación G_3 al puesto de trabajo T_1.
12) Se elimina la fila G_3 y la columna T_1 y queda, finalmente:

	Ø
G_2	0.812

13) Queda, pues, como único valor: 0.812 el de la fila G_2. La generación G_2 queda sin asignación.

La asignación con la utilización del **operador de distancias** y teniendo en cuenta la **importancia relativa** de cada criterio, característica, cualidad, es la siguiente:

$$G_1 \rightarrow T_3$$

$$G_2 \rightarrow Sin\ asignación$$

$$G_3 \rightarrow T_1$$

$$G_4 \rightarrow T_2$$

Esta asignación coincide con el resultado hallado cuando **no** se tenía en cuenta la distinta importancia de cada uno de los criterios, cualidades, …. Sin embargo, lo que sí cambia es el coeficiente de adecuación, aun cuando de manera poco significativa:

$$Q_d^I = 0.930 + 0.876 + 0.890 = 2.696$$

B.- En es supuesto de escoger el coeficiente de adecuación, se considera éste también para cada criterio, cualidad, …, requerido para todos y cada uno de los puestos de trabajo.

$$f_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right) = 1 \wedge \left(1 - \mu_{kj}^T + \mu_{ij}^G\right)$$

$$i = 1,2,3,4$$

$$j = 1,2,3,4,5$$

$$k = 1,2,3$$

En nuestro caso se tiene:

Para la generación G_1 en relación con el puesto de trabajo T_1

$1 \wedge (1 - \mu_{11}^T + \mu_{11}^G) = (1 \wedge 1 - 0.6 + 0.7) = 1$

$1 \wedge (1 - \mu_{12}^T + \mu_{12}^G) = (1 \wedge 1 - 0.8 + 0.4) = 0.6$

$1 \wedge (1 - \mu_{13}^{T} + \mu_{13}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.9 + 0.8) = 0.9$

$1 \wedge (1 - \mu_{14}^{T} + \mu_{14}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.7 + 0.2) = 0.5$

$1 \wedge (1 - \mu_{15}^{T} + \mu_{15}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.6 + 0.9) = 1$

Para la generación G_1 para el puesto de trabajo T_2

$1 \wedge (1 - \mu_{21}^{T} + \mu_{21}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.9 + 0.7) = 0.8$

$1 \wedge (1 - \mu_{22}^{T} + \mu_{22}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.4 + 0.6) = 1$

$1 \wedge (1 - \mu_{23}^{T} + \mu_{23}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.6 + 0.6) = 1$

$1 \wedge (1 - \mu_{24}^{T} + \mu_{24}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.8 + 0.4) = 0.6$

$1 \wedge (1 - \mu_{25}^{T} + \mu_{25}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.5 + 0.6) = 1$

Para la generación G_1 para el puesto de trabajo T_3

$1 \wedge (1 - \mu_{31}^{T} + \mu_{31}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.7 + 0.7) = 1$

$1 \wedge (1 - \mu_{32}^{T} + \mu_{32}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.5 + 0.4) = 0.9$

$1 \wedge (1 - \mu_{33}^{T} + \mu_{33}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.7 + 0.8) = 1$

$1 \wedge (1 - \mu_{34}^{T} + \mu_{34}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.3 + 0.2) = 0.9$

$1 \wedge (1 - \mu_{35}^{T} + \mu_{35}^{G}) = (1 \wedge 1 - 0.8 + 0.9) = 1$

Reuniendo estos valores para la asignación de la **generación G_1** a los puestos de trabajo T_k, $k = 1,2,3$ en cada uno de los criterios, características, … C_j , $j = 1,2,3,4,5$ se construye la siguiente matriz:

$[\underset{\sim}{R_1^G}] =$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
T_1	1	0.6	0.9	0.5	1
T_2	0.8	1	1	0.4	1
T_3	1	0	1	0.9	1

Si se opera de igual modo con la generación G_2 , G_3 y G_4 y se halla:

$[\underset{\sim}{R_2^G}] =$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
T_1	0.7	0.8	1	0.7	1
T_2	0.4	1	1	0.6	1
T_3	0.6	1	1	1	0.8

$$\left[\underset{\sim}{R_3^G}\right] = \begin{array}{c|ccccc} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \\ \hline T_1 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 1 \\ T_2 & 0.6 & 1 & 1 & 0.8 & 1 \\ T_3 & 0.8 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\left[\underset{\sim}{R_4^G}\right] = \begin{array}{c|ccccc} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \\ \hline T_1 & 1 & 0.5 & 0.9 & 1 & 0.8 \\ T_2 & 1 & 0.9 & 1 & 1 & 0.9 \\ T_3 & 1 & 0.8 & 1 & 1 & 0.6 \end{array}$$

Se tiene, así, para cada una de las generaciones G_i, $i = 1, 2, 3,4$, su adecuación a todos y cada uno de los criterios, características, …, que configuran los puestos de trabajo T_k, $k = 1, 2, 3$. Haciéndolo así se puede incorporar la importancia relativa de todos los criterios, características, …

Lo hacemos con la matriz de pesos que ya disponemos, $\left[\underset{\sim}{P}\right]$, utilizando el operador suma-producto *

La convolución suma-producto: $\left[\underset{\sim}{R_i^G}\right] * \left[\underset{\sim}{P}\right], i = 1,2,3,4,$ proporciona los siguientes resultados:

Para la generación G_1:

$$\left[\underset{\sim}{R_1^G}\right] * \left[\underset{\sim}{P}\right] = \begin{array}{c|ccccc} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \\ \hline T_1 & 1 & 0.6 & 0.9 & 0.5 & 1 \\ T_2 & 0.8 & 1 & 1 & 0.4 & 1 \\ T_3 & 1 & 0 & 1 & 0.9 & 1 \end{array} * \begin{array}{c|ccc} & T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline C_1 & 0.33 & 0.15 & 0.30 \\ C_2 & 0.10 & 0.23 & 0.24 \\ C_3 & 0.27 & 0.25 & 0.13 \\ C_4 & 0.23 & 0.12 & 0.20 \\ C_5 & 0.07 & 0.25 & 0.13 \end{array} = \begin{array}{ccc} T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline 0.818 & 0.898 & 0.956 \end{array}$$

Para la generación G_2:

$$\left[\underset{\sim}{R_2^G}\right] * \left[\underset{\sim}{P}\right] = \begin{array}{c|ccccc} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \\ \hline T_1 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.7 & 1 \\ T_2 & 0.4 & 1 & 1 & 0.6 & 1 \\ T_3 & 0.6 & 1 & 1 & 1 & 0.8 \end{array} * \begin{array}{c|ccc} & T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline C_1 & 0.33 & 0.15 & 0.30 \\ C_2 & 0.10 & 0.23 & 0.24 \\ C_3 & 0.27 & 0.25 & 0.13 \\ C_4 & 0.23 & 0.12 & 0.20 \\ C_5 & 0.07 & 0.25 & 0.13 \end{array} = \begin{array}{ccc} T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline 0.812 & 0.862 & 0.854 \end{array}$$

Para la generación G_3:

$$\left[\underset{\sim}{R_3^G}\right] * \left[\underset{\sim}{P}\right] = \begin{array}{c} \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{array}\!\!\begin{array}{ccccc} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \\ \hline 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 1 \\ 0.6 & 1 & 1 & 0.8 & 1 \\ 0.8 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} * \begin{array}{c|ccc} & T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline C_1 & 0.33 & 0.15 & 0.30 \\ C_2 & 0.10 & 0.23 & 0.24 \\ C_3 & 0.27 & 0.25 & 0.13 \\ C_4 & 0.23 & 0.12 & 0.20 \\ C_5 & 0.07 & 0.25 & 0.13 \end{array} = \begin{array}{ccc} T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline 0.890 & 0.916 & 0.940 \end{array}$$

Para la generación G_4:

$$\left[\underset{\sim}{R_4^G}\right] * \left[\underset{\sim}{P}\right] = \begin{array}{c} \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{array}\!\!\begin{array}{ccccc} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \\ \hline 1 & 0.5 & 0.9 & 1 & 0.8 \\ 1 & 0.9 & 1 & 1 & 0.9 \\ 1 & 0.8 & 1 & 1 & 0.6 \end{array} * \begin{array}{c|ccc} & T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline C_1 & 0.33 & 0.15 & 0.30 \\ C_2 & 0.10 & 0.23 & 0.24 \\ C_3 & 0.27 & 0.25 & 0.13 \\ C_4 & 0.23 & 0.12 & 0.20 \\ C_5 & 0.07 & 0.25 & 0.13 \end{array} = \begin{array}{ccc} T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline 0.909 & 0.952 & 0.900 \end{array}$$

Con estos cuatro resultados se puede construir una matriz borrosa $\left[\underset{\sim}{R^G}\right]$ que muestra la asignación global de cada generación G_i, $i = 1, 2, 3{,}4$, a cada uno de los puestos de trabajo T_k, $k = 1, 2, 3$. Lo mostramos a continuación:

$\left[\underset{\sim}{R^G}\right] =$

	T_1	T_2	T_3
G_1	0.818	0.898	0.956
G_2	0.812	0.862	0.854
G_3	0.890	0.916	0.940
G_4	0.909	0.952	0.900

A partir de esta matriz $\left[\underset{\sim}{R^G}\right]$ se inicia el "algoritmo de asignación por eliminación de filas y columnas", reiteradamente utilizado en algunas de sus posibles variantes. Hacemos gracia al lector de reproducir los cálculos para cada una de sus fases, para pasar directamente a las asignaciones resultantes. Son las siguientes:

$$G_1 \rightarrow T_3$$

$$G_2 \rightarrow Sin\ asignación$$

$$G_3 \rightarrow T_1$$

$$G_4 \rightarrow T_2$$

La asignación continúa siendo la misma. Cambia, no podría ser de otra manera, el coeficiente de adecuación que, en este caso, lo representamos por $\left[\underset{\sim}{Q_d^F}\right]$

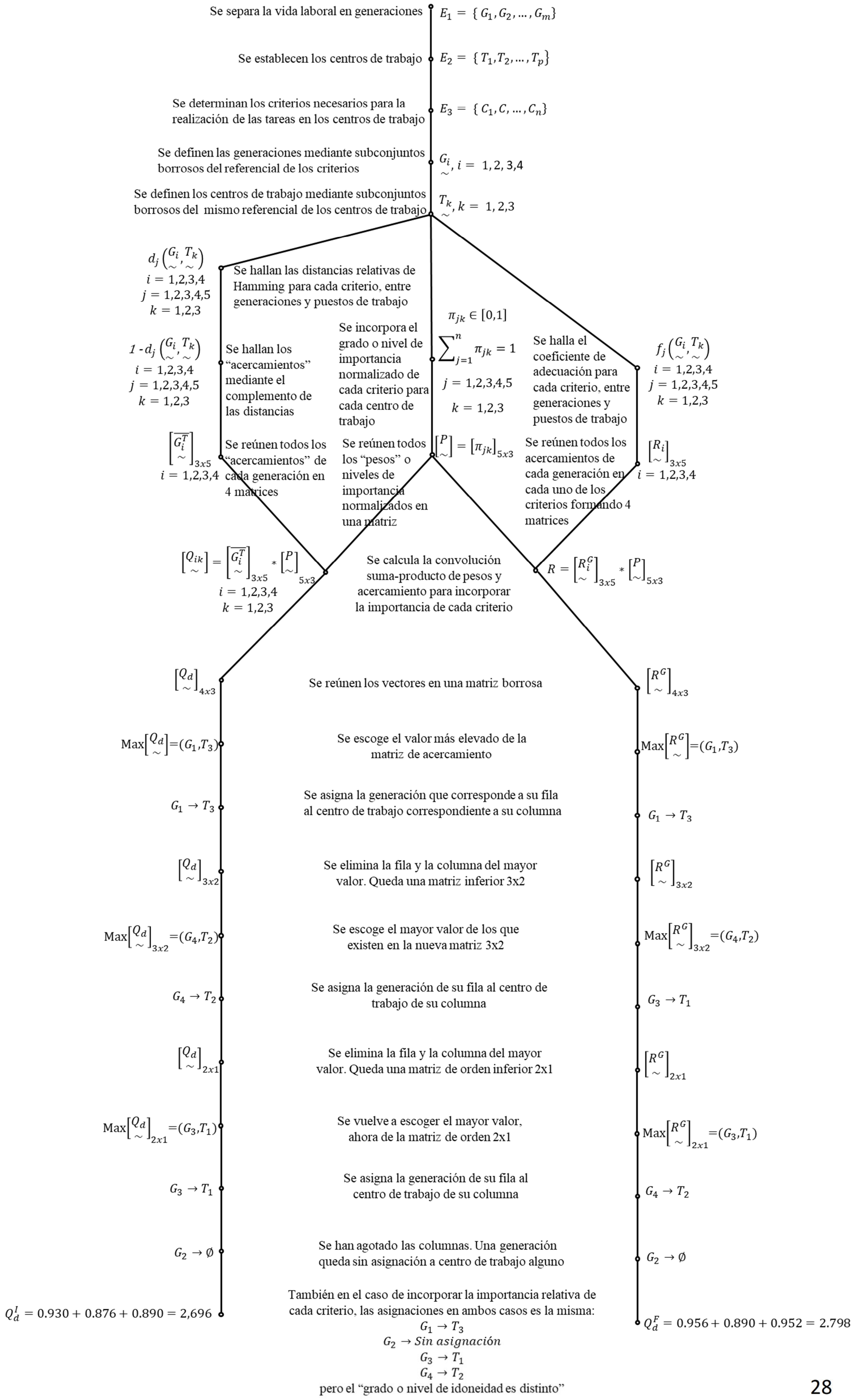
$$\left[\underset{\sim}{Q_d^F}\right] = 0.956 + 0.890 + 0.952 = 2.798$$

Los procedimientos de cálculo utilizados para resolver problemas de asignación, tan sensibles como es el hecho de utilizar las capacidades de **cada generación**, sea cual sea su edad, y por extensión a otras singularidades como **el país de origen** o **el sexo**, por ejemplo, deben comportar la suficiente flexibilidad, para ser utilizados en situaciones distintas y en contextos altamente cambiantes. Con toda modestia, creemos haberlo conseguido, tanto con el empleo de operadores distintos, como desglosando unas fases complejas en varias más simples, siempre con un núcleo común.

Presentación del algoritmo generalizado bajo forma reticular

Paralelamente a cuanto hemos hecho para el supuesto de que los criterios tengan la misma importancia lo vamos a hacer en este caso más general en que la importancia es distinta para cada criterio y cada centro de trabajo, del que, por tanto, el supuesto anterior es un caso particular.

Proponemos el siguiente esquema


Se separa la vida laboral en generaciones
$E_1 = \{G_1, G_2, \dots, G_m\}$
Se establecen los centros de trabajo
$E_2 = \{T_1, T_2, \dots, T_p\}$
Se determinan los criterios necesarios para la realización de las tareas en los centros de trabajo
$E_3 = \{C_1, C, \dots, C_n\}$
Se definen las generaciones mediante subconjuntos borrosos del referencial de los criterios
$\underset{\sim}{G_i}, i = 1, 2, 3, 4$
Se definen los centros de trabajo mediante subconjuntos borrosos del mismo referencial de los centros de trabajo
$\underset{\sim}{T_k}, k = 1, 2, 3$
$d_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right)$ $i = 1,2,3,4$ $j = 1,2,3,4,5$ $k = 1,2,3$
Se hallan las distancias relativas de Hamming para cada criterio, entre generaciones y puestos de trabajo
$1 - d_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right)$ $i = 1,2,3,4$ $j = 1,2,3,4,5$ $k = 1,2,3$
Se hallan los “acercamientos” mediante el complemento de las distancias
Se incorpora el grado o nivel de importancia normalizado de cada criterio para cada centro de trabajo
$\pi_{jk} \in [0,1]$
$\sum_{j=1}^{n} \pi_{jk} = 1$
$j = 1,2,3,4,5$
$k = 1,2,3$
Se halla el coeficiente de adecuación para cada criterio, entre generaciones y puestos de trabajo
$f_j\left(\underset{\sim}{G_i}, \underset{\sim}{T_k}\right)$ $i = 1,2,3,4$ $j = 1,2,3,4,5$ $k = 1,2,3$
$\left[\underset{\sim}{\overline{G_i^T}}\right]_{3x5}$ $i = 1,2,3,4$
Se reúnen todos los “acercamientos” de cada generación en 4 matrices
Se reúnen todos los “pesos” o niveles de importancia normalizados en una matriz
$\left[\underset{\sim}{P}\right] = \left[\pi_{jk}\right]_{5x3}$
Se reúnen todos los acercamientos de cada generación en cada uno de los criterios formando 4 matrices
$\left[\underset{\sim}{R_i}\right]_{3x5}$ $i = 1,2,3,4$
$\left[\underset{\sim}{Q_{ik}}\right] = \left[\underset{\sim}{\overline{G_i^T}}\right]_{3x5} * \left[\underset{\sim}{P}\right]_{5x3}$ $i = 1,2,3,4$ $k = 1,2,3$
Se calcula la convolución suma-producto de pesos y acercamiento para incorporar la importancia de cada criterio
$R = \left[\underset{\sim}{R_i^G}\right]_{3x5} * \left[\underset{\sim}{P}\right]_{5x3}$
$\left[\underset{\sim}{Q_d}\right]_{4x3}$
Se reúnen los vectores en una matriz borrosa
$\left[\underset{\sim}{R^G}\right]_{4x3}$
$\text{Max}\left[\underset{\sim}{Q_d}\right] = (G_1, T_3)$
Se escoge el valor más elevado de la matriz de acercamiento
$\text{Max}\left[\underset{\sim}{R^G}\right] = (G_1, T_3)$
$G_1 \to T_3$
Se asigna la generación que corresponde a su fila al centro de trabajo correspondiente a su columna
$G_1 \to T_3$
$\left[\underset{\sim}{Q_d}\right]_{3x2}$
Se elimina la fila y la columna del mayor valor. Queda una matriz inferior 3x2
$\left[\underset{\sim}{R^G}\right]_{3x2}$
$\text{Max}\left[\underset{\sim}{Q_d}\right]_{3x2} = (G_4, T_2)$
Se escoge el mayor valor de los que existen en la nueva matriz 3x2
$\text{Max}\left[\underset{\sim}{R^G}\right]_{3x2} = (G_4, T_2)$
$G_4 \to T_2$
Se asigna la generación de su fila al centro de trabajo de su columna
$G_3 \to T_1$
$\left[\underset{\sim}{Q_d}\right]_{2x1}$
Se elimina la fila y la columna del mayor valor. Queda una matriz de orden inferior 2x1
$\left[\underset{\sim}{R^G}\right]_{2x1}$
$\text{Max}\left[\underset{\sim}{Q_d}\right]_{2x1} = (G_3, T_1)$
Se vuelve a escoger el mayor valor, ahora de la matriz de orden 2x1
$\text{Max}\left[\underset{\sim}{R^G}\right]_{2x1} = (G_3, T_1)$
$G_3 \to T_1$
Se asigna la generación de su fila al centro de trabajo de su columna
$G_4 \to T_2$
$G_2 \to \emptyset$
Se han agotado las columnas. Una generación queda sin asignación a centro de trabajo alguno
$G_2 \to \emptyset$
$Q_d^I = 0.930 + 0.876 + 0.890 = 2{,}696$
También en el caso de incorporar la importancia relativa de cada criterio, las asignaciones en ambos casos es la misma:
$G_1 \to T_3$
$G_2 \to Sin\ asignación$
$G_3 \to T_1$
$G_4 \to T_2$
pero el “grado o nivel de idoneidad es distinto”
$Q_d^F = 0.956 + 0.890 + 0.952 = 2.798$

En este trabajo hemos elaborado dos procedimientos de cálculo que han sido presentados a través de esquemas reticulares sencillos, siguiendo los razonamientos que los preceden, los cuales incluyen, también, todos los operadores y operaciones a realizar para su desarrollo.

Es difícil hacer fácil la complejidad. Lo hemos intentado de nuevo y les corresponde a ustedes sentenciar en que "grado" o "nivel" lo hemos conseguido. De lo que no cabe duda es de su carácter flexible y adaptativo.

En el momento de convertir estos esquemas en algoritmos (lo que debe resultar inmediato) es cuando aflorará su flexibilidad en cuanto a la mayor o menor amplitud del contenido de cada fase y la adaptabilidad en la posibilidad de construirlo para la solución de otros problemas distintos al que aquí hemos tratado: la discriminación por edad. Aparecen claras, a este respecto, la discriminación por sexo, por razón por creencia religiosa y por "estatus" social, entre otras.

Un himno a la complicidad entre generaciones

Para que esta adaptabilidad sea posible, hemos reunido en generaciones G_1, G_2, …, Gn agrupándolas según **criterios,** características, particularidades, singularidades, … comunes a un cierto "grado o nivel", con independencia de que cada agrupación incluya personas de edades distintas, según países, culturas, costumbres de las comunidades a la que pertenecen. Rompemos, con ello, la costumbre de identificar generaciones acotando edades sean cual fueren las naciones a las que sus componentes pertenezcan: no puede ser considerado igual de viejo un habitante del África Subsahariana a los 50 años, por ejemplo, que un ciudadano japonés a la misma edad. Sentamos el principio, entonces, que el grado de su vejez no se mide por el tiempo que ha vivido si no que se valúa por otros criterios que pueden ser objetivos o subjetivos.

Mi añorado maestro, Arnold Kaufmann, solía decir que "un humano es viejo cuando no puede aprender y no es capaz de aplicar lo aprendido".

Hemos abordado este problema y creado estos algoritmos para proporcionar una vía de solución a los gravísimos problemas de discriminación en tantos aspectos de la sociedad y en todas las latitudes.

Y lo hemos hecho sin que la edad sea el único criterio. Puede ser **uno de los criterios**, que puede tener mayor o menor importancia que los otros criterios adoptados para definir tanto el "grado o nivel" de una cualidad, característica, singularidad, … poseída por una generación, como el "grado o nivel" exigido por el centro de trabajo.

El protagonismo del criterio decisional ya no lo ejerce **exclusivamente** la edad si no un **conjunto de criterios**, entre los que se puede incluir la edad, si así se cree necesario o conveniente.

En cuanto a la estructura técnica del trabajo, nos gustaría recordar, una vez más, que ha sido asentada dentro del ámbito de la **asignación** y los operadores utilizados escogidos en la matemática de los "fuzzy sets", por la necesidad de utilizar magnitudes objetivas y subjetivas.

La asignación ejerce, entonces, un papel relevante para nuestro objetivo **antidiscriminatorio** y a favor de intensificar y estrechar la **convivencia intergeneracional**, que ya en el pasado permitió la evolución de la humanidad.

Deseamos erradicar los criterios de exclusión de los nuevos círculos sociales a los más mayores por el solo hecho de serlo y sustituirlos por aquellos que son necesarios para que las actividades objeto de esos círculos sean realizados de manera adecuada con el desenvolvimiento de sus competencias. No es tolerable su reclusión en guetos residenciales.

Quizás sería interesante insertar aquí una cuña que marca la actualidad y se proyecta hacia el futuro: la **digitalización** de nuestra vida en sociedad.

Los medios digitales cambian y se perfeccionan con gran rapidez, Poner a disposición de jóvenes y también de mayores, de unos y de otros, los medios de utilización colectiva de nuestras instituciones facilitarían muy mucho su puesta al día y sería positivo para todos, así como una muestra palpable de no discriminación. La colaboración entre generaciones en proyectos colectivos sería mayor y constituiría una posibilidad de comprobar, por sí mismos, que continúan siendo útiles a la sociedad.

La discriminación, que los algoritmos presentados pretenden eliminar, es negativa siempre, tanto si se ejerce con las generaciones jóvenes, achacándolas de impulsividad, inexperiencia y espíritu aventurero, como si se hace con las generaciones mayores tildándolas de falta de conocimiento de las nuevas realidades, técnicas obsoletas. Constituyen graves injusticias y, en muchos casos, un error. Unos y otros merecen una vida digna.

Como miembro de una generación que se encuentra a las puertas de su relevo, me atrevo a recurrir a mis vivencias para afirmar que las naciones que han sido generosas con las ayudas a la investigación y a la **formación permanente** han podido, después, adaptarse sin problemas a los retos de la modernidad y ejercer mejor su libertad.

Nuestros algoritmos humanistas van dirigidos al establecimiento de una política demográfica inteligente y humana, que no nos prive de la audacia y competencia de unos y de la madurez y experiencia de otros. Esto solo se consigue con la diversidad. Y en lo que nos concierne en este trabajo con la diversidad de generaciones.

¡Que genios han trabajado y aportado su trabajo consiguiendo alcanzar retos después de su jubilación!

Permítanme dar un ejemplo en la persona de John Goodenough, nacido en 1922, que el año pasado, 2019, ganó el Premio Nobel de Química. ¡A los 97 años! Y que sigue yendo cada día al laboratorio, como mi amigo el Dr. Ciril Rozman que sigue frecuentando el Hospital Clínico de Barcelona, uno de los mejores de Europa.

Hace 30 años que la Universidad de Oxford quería jubilar a John Goodenough. Se nos hubiera privado, así, de sus importantes descubrimientos. De hecho, el doctor Goodenough tuvo que buscar "asilo", huyendo del edadismo de Oxford, en la Universidad de Texas, donde aún sigue investigando, incluidos los fines de semana.

¿No creen que Oxford debe cambiar de política de jubilación? ¿No están de acuerdo conmigo en que la jubilación debe decidirse sobre las capacidades y no sobre la fecha de nacimiento de cada uno? ¿Acaso todos envejecemos igual?

Ideas como esa se constatan erróneas, porque arrastran los prejuicios que marcaban el invento de las pensiones de jubilación que, como recordarán, fueron una creación del canciller Bismark ante el avance de los sindicatos en las fábricas prusianas. Entonces, la esperanza de vida era más o menos la que hoy de jubilación. Pero hoy vivimos 30 años más y la mayor parte de ciudadanos nos mantenemos activos y mentalmente ágiles.

Pero historias como la del nobel Goodenough, que todos ustedes podrían contarnos ahora, demuestran que una franja de edad de jubilación lastra hoy a la sociedad del conocimiento.

En países avanzados, como Nueva Zelanda, con una alta tasa de conocimiento y una fuerza laboral muy educada, el porcentaje de profesionales en activo de la población mayor de 65 años ha pasado en una década del 15 al 25%.

Y esa es la tendencia en todos los países prósperos, especialmente en los que cuentan con un porcentaje mayor de población con estudios universitarios.

Al mismo tiempo, los porcentajes de menores de 20 años que se han incorporado al mercado laboral decrecen en todos los países prósperos, porque es mayor la exigencia de dedicación exclusiva al estudio, incluso después de esa edad.

Como decíamos, la cooperación intergeneracional no es deseable, es imprescindible, y la vamos a necesitar, además, a todas las edades y con la ayuda de una tecnología cada vez más omnipresente en todas las variedades de la Inteligencia Artificial, que incluye cada vez más a los robots.

A menudo, se habla con frivolidad de la necesidad de rejuvenecer nuestra fuerza laboral e intelectual, como si necesitara de una especie de sustitución demográfica por cohortes en bloque.

Y es un error. John Goodenough, que mereció el nobel por su investigación tras superar con creces los 65 años, tras haber sido jubilado por Oxford, la consiguió, precisamente, por sus descubrimientos químicos que permiten hoy la recarga generacional, sí, pero también la de las baterías de los coches eléctricos.

Y es mucho más ecológico, económico e inteligente no tirar las baterías sino recargarlas.

Muchas gracias.

BIBLIOGRAFÍA

-. Bartier, P, y Roy, B.: “Une procédure de résolution pour une classe de problèmes pouvant posséder un caractère combinatoire”. Bulletin du Centre International de Calcul de Rome, 1965.

-. Damasio, A.: “El error de Descartes”. Ed. Destino. Barcelona 2011.

-. Gil Aluja, J.: “Modelos no numéricos de asignación en la gestión de personal, Proceedings del II Congreso Internacional de SIGEF”. Santiago de Compostela 15-17 noviembre 1995.

-. Gil Aluja, J.: “Selección de personal: el problema de la polivalencia y de la uniformidad”. Cuadernos CEURA. Madrid 1987.

-. Gil Aluja, J.: “La gestión interactiva de los recursos humanos en la incertidumbre”. Ed. Ceura, Madrid 1996.

-. Gil Aluja, J.: “Elements for a Theory of Decision in Uncertainty”. Kluwer Ac. Publ. Dordrecht, Boston, Londres 1999.

-. Gil Aluja, J.: “Le long chemin vers l’Europe de l’avenir”. Ed. F.N.S.A., Bucarest 2015.

-. Gil Aluja, J.: “The Basis for Establishing One or More Europes”. Kybernetes Vol. 46, ISSUE 1, 2017.

-. Harari, Y.N.: “Sapiens. A Brief History of Humankind”. Ed. Harvill Secker. Londres 2014.

-. Kaufmann, A.: “Introducción a la combinatoria y sus aplicaciones” Ed. C.E.C.S.A. Barcelona 1971. La versión original fue editada por Dunod (París) con el título: “Introduction a la Combinatorique en vue des applications”.

-. Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: “Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas”. Ed. Milladoiro. Santiago de Compostela 1986.

-. Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: "Selection of Affinities by Means of Fuzzy Relations and Galois Lattices" Actas Euro XI Congress O.R. Aachen 16-19 julio 1991.

-. Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.: "Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre". Ed. Hispano Europea, Barcelona 1987.

-. Kaufmann, A. y Faure, R.: "Invitation à la Recherche Opérationnelle". Dunod, Paris 1963.

-. König, D.: Theorie der endlichen und unendlichen graphen" (1916) reimpreso posteriormente por Chelsea Publ. Cª, New York 1950. Este trabajo fue dado a conocer por Kuhn, H. W. en el artículo "The hungarian method for the assignment problem". Naval Research Logistics Quaterly, Vol. 2 nº 1-2, Marzo-Junio 1955 El algoritmo se divulgó a través de las multiples ediciones de la obra de Kaufmann, A.: "Méthodes et Modèles de la Recherche Opérationnelle" Tomo I, Dunod, Paris, 1970.

-. Lawler, E. L. y Wood, D.E.: "Branch and Bound Methods: a Survey" J.O.R.S.A. Vol. 14 nº 4 Julio-Agosto 1966.

-. Little, J.D.G. y otros: "An Algorithm for the Travelling Salesman Problem" J.O.R.S.A. Vol. II, 1963.

-. Magalhaes, G.: "Los españoles" Ed. Elba, Barcelona, 2016.

-. Waal, F. de: "El mono que llevamos dentro". Ed. Tusquest, Barcelona 2007.

-. Zadeh, L.: "Fuzzy Sets". Information and Control, 8 de junio 1965.